



*Facultad  
de  
Ciencias*

# **Desarrollo de un refractómetro basado en el análisis de imágenes**

Development of a refractometer based on  
image analysis

Trabajo de Fin de Grado  
para acceder al

**GRADO EN FÍSICA**

Autora: Miriam Cobo Cano

Director: José María Saiz Vega

Junio - 2020



# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Fundamentos . . . . .	1
1.2. Motivación y contexto . . . . .	3
1.3. Aplicaciones . . . . .	4
1.3.1. Química . . . . .	4
1.3.2. Medicina y biología . . . . .	4
1.3.3. Cristalografía . . . . .	4
1.3.4. Materiales de muy alto índice de refracción . . . . .	5
1.4. Organización del trabajo . . . . .	5
<b>2. Estado del arte</b>	<b>6</b>
2.1. Revisión general de los métodos clásicos de medida del índice de refracción . . . . .	6
2.1.1. Verificación directa: ángulo de refracción . . . . .	6
2.1.2. Ángulo de desviación mínima o refractómetro de prisma . . . . .	7
2.1.3. Método de autocolimación utilizando un prisma de Littrow . . . . .	7
2.1.4. Ángulo límite . . . . .	8
2.1.5. Polarimetría y elipsometría . . . . .	9
2.1.6. Ángulo de Brewster . . . . .	9
2.1.7. Interferometría . . . . .	10
2.1.8. <i>Index matching</i> . . . . .	10
2.2. Métodos basados en el análisis de imágenes . . . . .	11
2.2.1. Refractómetros de desplazamiento de imagen . . . . .	11
2.2.2. Refractómetro de Jelley-Fisher . . . . .	12
2.2.3. Patrón de sombra . . . . .	12
2.2.4. Sistema optofluídico . . . . .	13
2.2.5. Sistema basado en una lente de electrohumectación . . . . .	13
2.3. Técnicas de medida del índice de refracción en la escala submicrométrica . . . . .	14
<b>3. Adaptación de refractómetros para la medida de líquidos</b>	<b>15</b>
3.1. Refractómetro de Abbe: calibrado . . . . .	15
3.2. Medida del índice de un líquido mediante el ángulo de desviación mínima . . . . .	16
3.3. Interferómetro de Michelson . . . . .	16
3.3.1. Fundamento teórico . . . . .	17
3.3.2. Resultados de la medida del índice de refracción de una lámina plano-paralela de vidrio . . . . .	18
3.3.3. Curva del índice de refracción para distintos líquidos . . . . .	19
3.3.4. Resultados de la medida del índice de refracción de un líquido . . . . .	19
3.4. Medida del índice de una cubeta de vidrio mediante el ángulo de Brewster . . . . .	22
3.4.1. Método experimental . . . . .	22
3.4.2. Resultados y análisis . . . . .	22
<b>4. Propuesta de un nuevo método: el refractómetro de aumento</b>	<b>24</b>
4.1. Introducción . . . . .	24
4.2. Fundamento del método . . . . .	25
4.3. Dispositivo experimental . . . . .	27
4.4. Influencia del defecto de altura del <i>dome</i> en la medida del índice de líquidos . . . . .	29
4.4.1. Objeto en el centro sin contacto con el líquido . . . . .	29
4.4.2. Objeto en contacto con el líquido y desplazado del centro . . . . .	30

4.5. Simulación . . . . .	31
4.6. Resultados . . . . .	33
4.6.1. Funcionamiento del refractómetro de aumento en el caso ideal . . . . .	33
4.6.2. Robustez del sistema . . . . .	34
4.6.3. Influencia de la aberración cromática . . . . .	37
4.6.4. Tolerancia a la distorsión . . . . .	38
<b>5. Conclusiones y tareas desarrolladas</b>	<b>41</b>
<b>Anexos</b>	<b>47</b>
<b>A. Guión de prácticas de laboratorio: medida del índice de refracción de un líquido mediante el ángulo de desviación mínima</b>	<b>48</b>
A.1. Objetivo . . . . .	48
A.2. Fundamento teórico . . . . .	48
A.3. Dispositivo experimental . . . . .	48
A.3.1. Material . . . . .	48
A.3.2. Alineamiento y puesta a punto . . . . .	49
A.4. Método operativo . . . . .	50
A.4.1. Medida de $\alpha$ . . . . .	50
A.4.2. Medida de $\delta_m$ . . . . .	51
A.5. Cálculo del índice $n$ del líquido . . . . .	51
<b>B. Guión de prácticas de laboratorio: medida del índice de refracción de una lámina de vidrio utilizando un interferómetro de Michelson</b>	<b>52</b>
B.1. Objetivo . . . . .	52
B.2. Fundamento teórico . . . . .	52
B.3. Dispositivo experimental . . . . .	53
B.3.1. Material . . . . .	53
B.3.2. Alineamiento y puesta a punto . . . . .	54
B.4. Método operativo . . . . .	54
B.5. Apéndice: Demostración de la expresión del índice de refracción . . . . .	54
<b>C. Código Matlab de la simulación</b>	<b>56</b>
<b>D. Patente</b>	<b>65</b>

## **Agradecimientos**

Me gustaría dar las gracias a todas las personas que me han apoyado durante estos cuatro años del grado, y sin las cuales no hubiera sido posible llegar hasta la meta.

A mis profesores por enseñarme y transmitirme su pasión por la Física y las Matemáticas. A Ramón y Belén por echarme una mano siempre en la biblioteca. En particular, a mi director Chema por su dedicación, y por guiarme durante la realización de este trabajo, y, en general, a todos quienes me han ayudado a lo largo de estos años.

A mis amigos, por confiar en mí y por todos los momentos que hemos pasado juntos. Gracias a vosotros tengo la suerte de contar con unas personas increíbles a mi lado. En especial, a mis amigos de Doble Grado, por adoptarme este último año, sois geniales chicos.

A mi familia, mis padres y mi hermano, por cuidarme y estar siempre ahí, y mis abuelos Lines y Rufino, por su cariño y por ser una gran inspiración para mí. Este trabajo os lo dedico a vosotros.



## Resumen

El índice de refracción es una propiedad física que caracteriza la propagación de la luz en un medio. Su íntima relación con las propiedades ópticas de la materia permite conocer el comportamiento y propagación de las ondas electromagnéticas para distintas frecuencias. La medida precisa del índice sigue vigente en la actualidad, con aplicaciones no solo en el ámbito clásico de la instrumentación óptica, sino en campos de investigación punteros, tales como medicina, biología o física del estado sólido, y en multitud de áreas científico-tecnológicas, como por ejemplo las industrias química, alimenticia o farmacéutica.

En este trabajo se lleva a cabo en primer lugar una revisión de los métodos clásicos de medida del índice de refracción. Se han realizado posteriormente una serie de medidas experimentales sobre distintos dispositivos de medida del índice de refracción adaptados para la medida del índice de líquidos. Se trata de un conjunto de técnicas muy representativas y que están disponibles en los laboratorios de óptica de la UC.

Además de comentar métodos más sofisticados (como la resonancia plasmónica utilizada en la nanoescala) se dedica una atención especial a los procedimientos de medida del índice basados en el análisis de imágenes.

Finalmente, se propone un método innovador de medida del índice de refracción de líquidos (válido también para materiales transparentes tallados en forma de lente semiesférica). El dispositivo se ha denominado ‘refractómetro de aumento’, por ser el aumento la magnitud directamente relacionada con el índice, y medible con precisión. Se describe su fundamento y se presenta un montaje experimental con el que dicho refractómetro puede mostrar su funcionamiento. Su comportamiento se ha estudiado a través de simulaciones, utilizando el software MATLAB, tanto en la situación ideal como en una más realista, en la cual se incorporan los efectos de la difracción, el desenfoque y algunas aberraciones.

**Palabras clave:** índice de refracción, métodos de medida del índice de refracción, refractómetros, sistemas formadores de imagen, dispersión.





## Abstract

Refractive index is a physical property that characterizes the propagation of light in a medium. Its intimate relationship with the optical properties of matter allows us to know the behaviour and propagation of electromagnetic waves at different frequencies. Precise measurements of refractive index are still in force today. Applications not only include the classical field of optical instrumentation, but also leading research fields, such as medicine, biology or solid state physics, and several scientific-technological areas, for example, chemical, food and pharmaceutical industries.

This dissertation first carries out a review of classic refractive index measurement methods. Subsequently, experimental measurements on different refractive index measurement devices adapted to liquids have been accomplished. These are a set of highly representative techniques that are available in UC's optical laboratories.

In addition to commenting on more sophisticated methods (such as nanoscale plasmon resonance techniques), special attention is paid to refractive index measurement procedures based on image analysis.

Finally, a novel method to measure refractive index of liquids (also valid for transparent materials carved in half ball lens shape) is proposed. The device is called 'magnification refractometer', as magnification is the magnitude directly related to the index of refraction, and it is precisely measurable. The magnification refractometer's basis is described and an example of the experimental setup with which this refractometer can show its operation is presented. Furthermore, an analysis of its behaviour is carried out through simulations with MATLAB software, both in the ideal situation and in a more realistic one, in which diffraction effects, softness of focus and some aberrations are taken into account.

**Key Words:** refractive index, methods for refractive index measurement, refractometers, imaging systems, dispersion.



## 1. Introducción

### 1.1. Fundamentos

El índice de refracción es una propiedad física de las sustancias tanto sólidas como líquidas y gaseosas. Cuando el material permite la propagación de la luz, el índice determina el camino óptico y gobierna su trayectoria, por lo que es un parámetro esencial para el diseño y fabricación de elementos en instrumentos ópticos, tales como espejos, prismas, lentes y fibras ópticas, [1], [2, pág. 1]. En ocasiones también se utiliza para interpretar información espectroscópica de una sustancia dada, ya que el índice de refracción está relacionado con la densidad de la misma, su composición química y la temperatura, [2, pág. 1], [3]. En este sentido, el índice puede ayudar a determinar “la configuración, estructura molecular y enlaces de un compuesto”, unido a la información proporcionada por “espectros y otras medidas”, [4, pág. 455]. Asimismo, la refractometría permite deducir propiedades físicas que resulta complicado conocer mediante otros métodos, [4, pág. 455]. Algunas de estas propiedades son “los coeficientes de difusión”, los cuales provocan cambios en el índice de disoluciones; “el grado de cristalización de polímeros”, “el momento dipolar”, que puede calcularse a través “de las constantes dieléctricas”; o las concentraciones de sustancias (así se mide el contenido de glucosa en agua, por ejemplo), [4, pág. 455].

El índice de refracción se define como el cociente de la velocidad de una onda electromagnética en el vacío,  $c$ , y la velocidad en el material en cuestión,  $v$ , para la misma frecuencia, magnitudes que se relacionan con las propiedades electromagnéticas del material de la siguiente forma:

$$n \equiv \frac{c}{v} = \pm \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (1.1)$$

En términos de la permitividad y la permeabilidad relativas,  $\epsilon_r$  y  $\mu_r$ , respectivamente,

$$n = \pm \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (1.2)$$

donde  $n$  es positivo siempre (exceptuando el caso de ciertos metamateriales que serán mencionados más adelante, los cuales presentan simultáneamente  $\epsilon_r < 0$  y  $\mu_r < 0$ ), [5, pág. 76].

En el caso de tener un material anisótropo, el índice ya no está definido como una constante para cada punto. El motivo es que la constante dieléctrica  $\epsilon$  es un tensor, [5, pág. 355]. En esta situación, normalmente el material puede ser descrito con dos valores del índice, llamados  $n_o$  (índice ordinario) y  $n_e$  (índice extraordinario), [5, pág. 356].

Se define como refracción el cambio de dirección que experimenta la luz al pasar de un medio a otro de índice distinto. Si un haz de luz atraviesa un cambio de medio, por ejemplo de aire,  $n_1$ , a vidrio,  $n_2$ , se verifica la Ley de Snell,

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (1.3)$$

donde  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son los ángulos de incidencia y transmisión del haz de luz, respectivamente, que se miden respecto de la normal a la superficie, [5, pág. 109]. La ley de Snell se obtuvo empíricamente en 1621 y se puede deducir de forma sencilla a partir del principio de Fermat (una trayectoria real de la luz minimiza el camino óptico). Se trata de una ley exacta, a partir de la cual se construye el diseño de instrumentos ópticos, [5, págs. 10, 11, 117].

El ángulo de incidencia tal que el ángulo de refracción es  $90^\circ$  se conoce como ángulo crítico o límite,  $\theta_L$ , (en un cambio de medio tal que  $n_2 < n_1$ ). Es decir, si se incide con

$$\theta_1 = \theta_L = \sin^{-1} \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \quad (1.4)$$

entonces  $\theta_2 = 90^\circ$ . En el caso de que  $\theta_1 > \theta_L$  no hay rayo refractado y se produce la reflexión total interna, [6, pág. 8 módulo 1.7]. Este es el principio por el cual se establece el confinamiento de luz

en medios de índice más alto que el entorno, concepto en el que se basa el funcionamiento de la fibra óptica.

El índice varía con la frecuencia de la luz en todos los medios excepto en el vacío ( $n = 1$ ), dependencia que se conoce como relación de dispersión, [7, pág. 17]. En las regiones de *dispersión normal* en los medios ópticos el índice de refracción aumenta con la frecuencia y, en consecuencia, se verifica que  $v_g < v$  siendo  $v_g$  la velocidad de grupo de la onda moduladora y  $v$  la velocidad de fase. Así puede definirse un índice de refracción de grupo,

$$n_g \equiv c/v_g \quad (1.5)$$

que no debe confundirse con el índice  $n$ , [5, pág. 306].

El índice de refracción es muy sensible a la longitud de onda y la temperatura, por lo que el valor del índice debe darse junto con el de estos parámetros. La oficina de estándares americana (NIST) toma como referencia el trabajo de L. Tilton y J. Taylor [8, págs. 446-447], que utiliza el agua destilada para el calibrado de refractómetros. En él puede observarse que pequeñas variaciones de la longitud de onda o la temperatura suponen diferencias apreciables en la tercera cifra decimal del índice.

Un haz de luz monocromática que atraviesa un cambio de medio mantiene su frecuencia, pero su velocidad, y su longitud de onda, se modifican. La luz blanca se refracta de forma desigual en los diferentes colores que la componen, lo cual se conoce como dispersión, [9, págs. 24-25]. El número de Abbe,  $V$ , es un parámetro usado para estimar la magnitud de la dispersión de un material. Se define [10] como:

$$V = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad (1.6)$$

donde  $n_d$ ,  $n_F$  y  $n_C$  son los índices de refracción de un medio para las siguientes longitudes de onda estándar, [5, pág. 281]:

- $d$ :  $\lambda_d \approx 5876\text{\AA}$  (amarillo, corresponde a la línea  $d$ , o  $D_3$ , del helio)
- $F$ :  $\lambda_F \approx 4861\text{\AA}$  (azul, corresponde a la línea  $F$  del hidrógeno)
- $C$ :  $\lambda_C \approx 6563\text{\AA}$  (rojo, corresponde a la línea  $C$  del hidrógeno)

Un número de Abbe alto se corresponde con una menor dispersión en el índice de refracción, [11, pág. 10].

Los metamateriales de índice negativo son sustancias en las cuales la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética son a la vez negativas, lo que confiere a la sustancia propiedades inusuales, dado que el rayo refractado no está al otro lado de la normal, [5, pág 83]. Los metamateriales son materiales estructurados a una escala inferior a la de la longitud de onda de forma que proporcionen una respuesta conjunta que le dé unas propiedades diferentes a las de los materiales que los constituyen.

Hasta ahora, se ha considerado que el índice de refracción es una magnitud real, lo cual es una buena aproximación para medios en los que las pérdidas por absorción u otros fenómenos son despreciables. En el caso de que un haz de luz incida sobre un metal, el índice de refracción es complejo (generalización de la definición dada en la Ec. 1.1), lo que es equivalente a un término de absorción (u otro tipo de pérdidas como el *scattering*, por ejemplo),

$$\hat{n} = n_r - in_i \quad (1.7)$$

donde los índices real e imaginario,  $n_r$  y  $n_i$ , son ambos números reales, [5, pág. 139], [11, pág. 88].

En medios heterogéneos, tales como capas delgadas nanocompuestas o materiales absorbentes nanoporosos, se han propuesto varias aproximaciones efectivas con el objetivo de predecir las propiedades dieléctricas y ópticas. En dichas aproximaciones, estos medios son tratados como medios

homogéneos con índices de refracción (o constantes dieléctricas) e índices de absorción efectivos, [12], [13]. Como ejemplo de utilización de estos índices efectivos cabe citar la síntesis y caracterización de capas delgadas nanocompuestas, y en particular nanoporosas, que tiene potenciales aplicaciones en células solares sensibilizadas por colorantes, materiales dieléctricos con constante dieléctrica relativa pequeña, biosensores y dispositivos ópticos, incluyendo guías de onda, reflectores de Bragg y filtros de Fabry-Perot, [12].

Por último, el índice de refracción también juega un papel destacado en el diseño de fibras ópticas, en las cuales el núcleo dieléctrico central (cilíndrico) se encuentra revestido por un material de índice de refracción ligeramente inferior, [6, pág. 10 módulo 1.7] .

## 1.2. Motivación y contexto

El índice de refracción sigue siendo de interés en la actualidad a pesar de ser un tema clásico. Hoy en día, los avances científicos y tecnológicos requieren de métodos cada vez más precisos, sencillos y mecanizados para determinar el índice de refracción de materiales muy diversos, [3]. La medida precisa del índice resulta de especial importancia en muchos campos de investigación como la química, medicina, biología, física del estado sólido, fibras ópticas, sistemas fotónicos, y numerosas industrias, como la farmacéutica o la alimentaria. Existen muchos métodos de medida del índice de refracción, siendo más adecuado uno u otro en función del estado de agregación de la sustancia y su forma, o atendiendo a requisitos prácticos, tales como rapidez, precisión, accesibilidad, portabilidad, etc., [3]. El funcionamiento de los sistemas más habituales se basa en la medida del índice de refracción a partir del análisis del ángulo de refracción, el ángulo crítico, el ángulo Brewster, el patrón interferencial, la polarimetría y, más en concreto, la elipsometría; la técnica de *index matching*, etc., [1]. Sin embargo, no son los únicos, pues en la literatura reciente aparecen otros métodos basados, por ejemplo, en procedimientos de formación de imágenes por sistemas en los que la potencia de un elemento depende del índice de refracción que se quiere determinar. Los instrumentos que miden el índice de refracción de una sustancia se llaman refractómetros, [14, pág. 2].

Para ilustrar la vigencia del índice de refracción se muestra a continuación en la Fig. 1.1 un gráfico de la base de datos Scopus que recoge el número de publicaciones en cuyo título aparecen las palabras ‘refractive index’ durante los últimos 20 años. Como puede observarse, el índice de refracción es un tema de actualidad muy citado en las publicaciones de artículos más recientes.

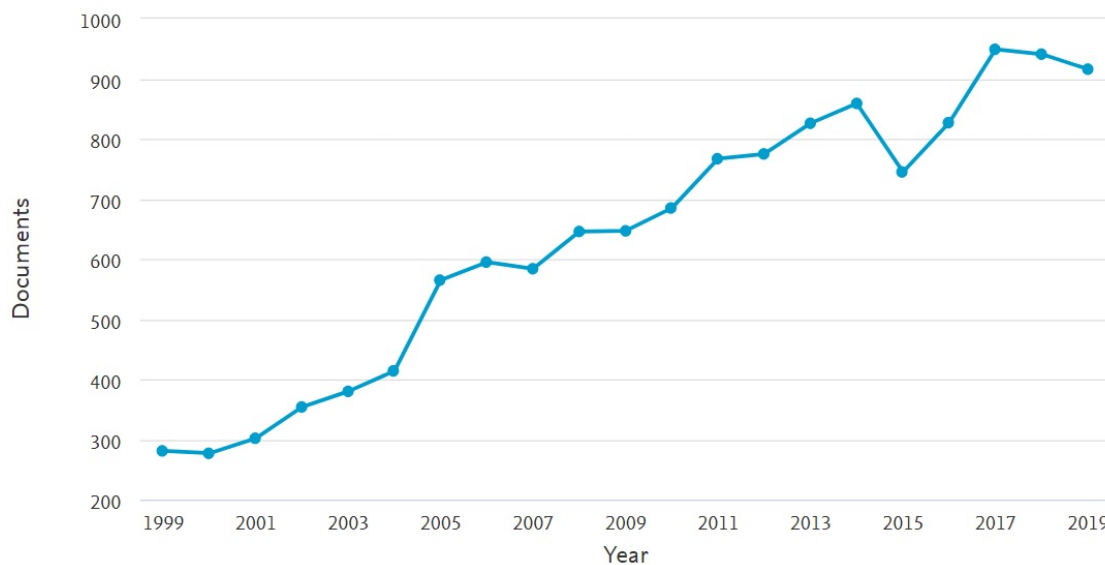


Figura 1.1: Gráfico que muestra el número de artículos por año en cuyo título aparecen las palabras ‘refractive index’, [15].

### 1.3. Aplicaciones

El índice de refracción es un parámetro clásico que sigue presente en la actualidad en muchas áreas científico-tecnológicas. Además de las diversas aplicaciones que se exponen a continuación, el índice tiene gran importancia en otros campos, tales como fibras ópticas, física del estado sólido o industria, por ejemplo, para determinar el grado de maduración o el contenido de azúcar en los alimentos o para conocer la degeneración de aceites industriales, [1], así como en el medio ambiente, para monitorizar la contaminación ambiental, entre otras, [3].

#### 1.3.1. Química

El índice de refracción presenta un papel destacado en el área de la química, ya que permite caracterizar sustancias. Cualquier cambio estructural que afecte a la densidad y la unión química de una sustancia también modificará su índice, [16, “resumen” Cap. 3]. Por ejemplo, el índice de un líquido depende de las cantidades o los diferentes solutos en este, por lo que la medida del índice permite conocer esta información, [1]. Por consiguiente, el estudio del índice resulta de utilidad para comprender la estructura electrónica de los materiales, especialmente en el caso de polvos finos, sólidos amorfos y vidrios, que resultan menos accesibles mediante los métodos de difracción de rayos X, [16, “resumen” Cap. 3]. Asimismo, la necesidad de monitorizar de forma fiable diferentes especies químicas ha aumentado notablemente debido al incremento de requisitos legales en este ámbito. En concreto, el funcionamiento de algunos sensores químicos se basa en la detección de cambios en el índice de refracción de las muestras, [17].

#### 1.3.2. Medicina y biología

Las aplicaciones de la radiación electromagnética en medicina y cirugía han experimentado un gran crecimiento en los últimos años. La microscopía de contraste de fase muestra la estructura de las inhomogeneidades del índice de refracción en una gran variedad de tejidos, [18]. A partir del análisis de las variaciones del índice se puede lograr una mejor comprensión de la propagación de la luz a través de los tejidos y las claves de cómo se desarrollan y organizan. Las variaciones espaciales del índice de refracción son el origen del *scattering* coherente e incoherente de la luz. Las aplicaciones en medicina van desde imagen de tejidos por microscopía de barrido, diagnóstico automático del cáncer y monitoreo transcutáneo, [18]. El gran desafío del diagnóstico óptico, como técnica no invasiva, es comprender la alteración de las propiedades ópticas del tejido en las enfermedades como el cáncer, [19].

#### 1.3.3. Cristalografía

La microscopía óptica de polarización es una técnica que analiza el comportamiento de sustancias cristalinas cuando son observadas con luz polarizada. Al examinar con el microscopio un material, por ejemplo un cristal, entre dos polarizadores cruzados, si se trata de un material isótropo (transmite la luz con la misma velocidad en todas las direcciones) la polarización no cambiará al atravesarlo, por lo que la luz se extinguirá al cruzar el segundo polarizador. Si el material es anisótropo (sus propiedades dependen de la orientación del campo) será capaz de cambiar el estado de polarización, con lo cual observaremos luz después del segundo polarizador, [9, págs. 8-9]. Este tipo de análisis permitiría determinar la birrefringencia de un material, correspondiendo la birrefringencia al valor  $\Delta n = (n_e - n_o)$ , [5, pág. 357]. De esta forma, se puede estudiar el sistema de cristalización de un material o transiciones de fase de muestras cristalinas de sistemas isótropos a anisótropos uniaxiales o biaxiales, y viceversa. Además, permite estudiar tensiones inducidas en materiales transparentes.

### 1.3.4. Materiales de muy alto índice de refracción

Para materiales en los que el índice de refracción es alto, se distingue, en función del rango de valores, entre materiales de alto índice de refracción y materiales de muy alto índice de refracción.

En primer lugar, los materiales de alto índice de refracción engloban los vidrios tratados, polímeros o recubrimientos químicos que poseen un índice de refracción mayor que 1.5, [20], llegando hasta valores del índice de 1.8 o incluso 2. Estos materiales se emplean en aplicaciones optoelectrónicas, ya que resultan de utilidad para optimizar las propiedades visuales de pantallas electrónicas, por ejemplo, las pantallas LCD, OLED y las de puntos cuánticos (QDLED), [20]. Los puntos cuánticos (en inglés, *quantum dots*) son nanopartículas semiconductoras con la propiedad de que convierten el espectro de luz en diferentes colores, emitiendo cada punto un color diferente en función de su tamaño, [21].

Por otra parte, los materiales de muy alto índice de refracción, tales como el Si, Ge, AlAs, GaP, pueden tener valores del índice del orden de 3 o 4 en las regiones espectrales de interés, [22]. Los materiales de muy alto índice de refracción tienen mayores secciones de dispersión y menor volumen de modos. Poseen aplicaciones en fotónica, por su gran sección eficaz de *scattering* (difusor de luz) y su baja sección eficaz de absorción. Estas propiedades los convierten en excelentes candidatos para atrapar la luz en células solares y cristales fotónicos, [22]. Estos últimos son estructuras ópticas periódicas que pueden controlar el flujo de luz, [23].

## 1.4. Organización del trabajo

Este trabajo se estructura a partir de aquí en cuatro capítulos y cuatro anexos, de la siguiente forma:

- El capítulo 2 incluye una revisión de los métodos ópticos de medida del índice de refracción, y de los correspondientes instrumentos, conocidos genéricamente como refractómetros.
- El capítulo 3 presenta los resultados experimentales de las medidas del índice de refracción realizadas de acuerdo con algunos de los procedimientos expuestos en el capítulo anterior, comparándose la precisión y fiabilidad de las distintas técnicas. En particular, se llevan a cabo medidas del índice de líquidos mediante la adaptación de los métodos ya existentes para sólidos, utilizando el interferómetro de Michelson, el ángulo de mínima desviación, el ángulo de Brewster y el refractómetro de Abbe. En alusión a los procedimientos de medida, se incorporan en los anexos A y B los guiones respectivos a dos experimentos, el primero de ellos adaptado a líquidos y el segundo de ellos válido para láminas plano-paralelas de vidrio.
- El capítulo 4 describe la propuesta de un refractómetro basado en un procedimiento de formación de imagen, que resulta novedoso dentro de las pocas referencias encontradas en la literatura referidas al mismo principio. En dicho capítulo se evalúan la viabilidad y la precisión del método, con validez para sólidos transparentes y líquidos, así como capacidad de funcionar en tiempo real. A este respecto, en el anexo D se incluye el número de solicitud correspondiente al inicio de los trámites de presentación de una patente. Asimismo, se presentan los resultados correspondientes a la simulación del funcionamiento del dispositivo en la situación ideal y en situaciones más realistas, en las cuales se evalúa la influencia de la difracción y algunas aberraciones. En lo referido al código de la simulación, se incluye el mismo en el anexo C.
- El capítulo 5 está dedicado a resumir las tareas realizadas, analizar las principales conclusiones e indicar futuras líneas de trabajo.

A lo largo del texto, todas las figuras en las que no se establezca una autoría de forma explícita son obra de la autora.

## 2. Estado del arte

### 2.1. Revisión general de los métodos clásicos de medida del índice de refracción

A continuación, se presentan diversos métodos convencionales de medida del índice, su precisión y algunas aplicaciones.

#### 2.1.1. Verificación directa: ángulo de refracción

El experimento básico de medida del índice de refracción de un bloque semicircular de vidrio consiste en trazar sobre una hoja de papel dos líneas rectas perpendiculares que se corten formando exactamente  $90^\circ$  en el centro de la hoja, como se describe en la referencia [24]. En el cuadrante superior izquierdo, colocando la hoja en vertical, se trazan varias rectas partiendo del punto de corte que formen diferentes ángulos. Posteriormente, se coloca el bloque semicircular de vidrio con su borde recto sobre la línea más corta de las rectas perpendiculares. En la Fig. 2.1 puede verse el esquema correspondiente al trazado de líneas y la ubicación del bloque de vidrio. Una fuente de luz que atraviesa una rendija se posiciona a unos 10 cm de la superficie del bloque, de forma que el haz de luz incida normal a la superficie, [24]. Sin mover el bloque de vidrio, con ayuda de diafragmas se consigue que la luz siga una de las trayectorias marcadas. A continuación, se anota el camino seguido por el haz de luz refractada, como se muestra en la Fig. 2.1 para la línea verde. Así, puede medirse el ángulo de refracción,  $\theta_2$ , para los diferentes ángulos de incidencia,  $\theta_1$ , que se desee y, finalmente, determinar el índice de refracción del bloque semicircular de vidrio de acuerdo con la ley de Snell (Ec. 1.3, teniéndose que  $n_1 = n_{\text{aire}}$  y  $n_2 = n_{\text{vidrio}}$ ), [24].

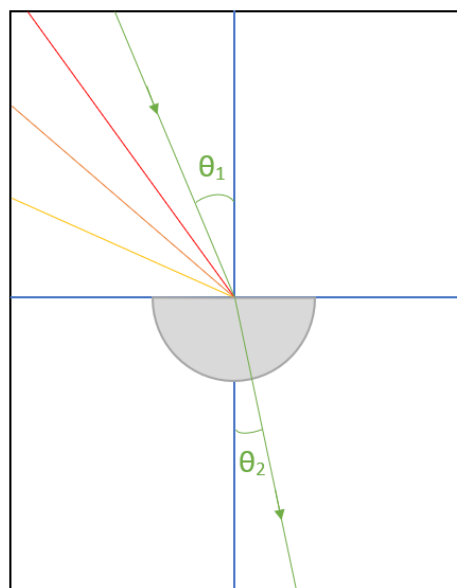


Figura 2.1: Esquema del experimento para la comprobación de la ley de Snell de la refracción.

Claudio Ptolomeo (130 d. C.) llevó a cabo un experimento similar al descrito anteriormente en un intento por encontrar la ley de la refracción; sin embargo, no llegó a deducirla correctamente, [25]. En el experimento, utilizó un semicilindro hueco de vidrio cerrado por ambos extremos (una especie de cuenco denominado *baptistir*), dentro del cual insertó un disco graduado de cobre de forma que cada división marcaba  $1^\circ$ , [25]. Llenando el baptistir de agua y moviendo un puntero en el fondo a lo largo de la circunferencia hasta visualizarlo en la dirección de prolongación del rayo incidente, Ptolomeo era capaz de medir el ángulo de incidencia,  $\theta_1$ , y el de refracción,  $\theta_2$ , con este instrumento, [26, págs. 117-118]. Mediante esta técnica, tabuló medidas bastante precisas de los ángulos de incidencia y refracción para varios medios, [5, pág. 9]. Ptolomeo y algunos de sus coetáneos pensaban que los rayos salían del ojo hacia el objeto, es decir, los rayos de luz viajaban en sentido opuesto al que en realidad conocemos, [25], [26, págs. 112, 117]. En cualquier caso, y a pesar de la calidad de sus medidas, Ptolomeo se equivocó al afirmar que el ángulo de incidencia y el de refracción eran proporcionales (solo válido en la aproximación de ángulos pequeños), lo cual ensombreció el avance de la óptica matemática en los siglos posteriores, hasta el descubrimiento empírico de la ley de la refracción por Willebrord Snel (cuyo nombre inexplicablemente se deletrea Snell), y su posterior conocida formulación en términos de senos por Descartes, en el siglo XVII, [5, pág. 10].



### 2.1.2. Ángulo de desviación mínima o refractómetro de prisma

Los prismas desvían más o menos la luz incidente en función del ángulo principal,  $\alpha$ , y del índice de refracción, así como del ángulo de incidencia sobre la primera cara. El índice de refracción de una sustancia transparente,  $n$ , puede hallarse si se talla en forma de prisma, determinando previamente el ángulo que forman las caras planas refractantes del prisma,  $\alpha$ . Colocando el prisma sobre un goniómetro, se gira este hasta encontrar el ángulo de desviación mínima,  $\delta_m$ . De acuerdo con la condición de mínimo y la ley de Snell, el índice viene dado por la siguiente expresión,

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\alpha + \delta_m}{2}\right)}{\sin(\alpha/2)} \quad (2.1)$$

Recordando la relación de dispersión, el ángulo de desviación mínima será ligeramente diferente para cada longitud de onda de la luz incidente, [27, págs. 88-89].

El índice de refracción de un líquido,  $n$ , puede determinarse mediante este método si se vierte el líquido en el interior de un prisma hueco, cuyas caras planas refractantes forman un ángulo  $\alpha$ , y se mide el ángulo de desviación mínima de la luz que atraviesa el prisma hueco con un goniómetro. El índice de refracción viene dado por la misma expresión que si se utiliza un prisma sólido de vidrio (Ec. 2.1), debido a la simetría en la condición de mínimo, que supone que el efecto de las paredes del prisma se cancele, [28]. Esta situación se ilustra en la Fig. 2.2.

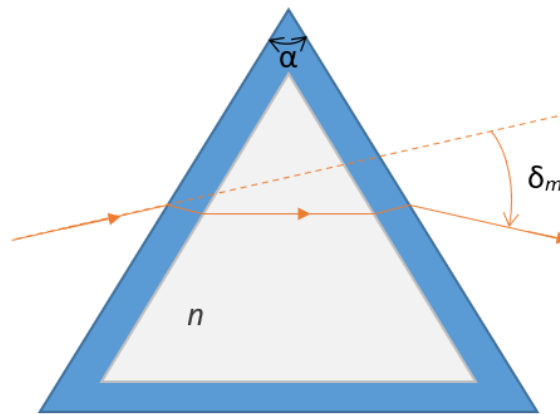


Figura 2.2: Ángulo de desviación mínima,  $\delta_m$ , en un prisma hueco con líquido en su interior.

La precisión en la determinación del índice del líquido depende de la precisión del goniómetro para la medida de  $\alpha$  y  $\delta_m$ . También depende del conocimiento de las condiciones de operación, principalmente la longitud de onda de la fuente,  $\lambda$ , y la temperatura,  $T$ . Utilizando un espectrómetro con precisión de  $\pm 10''$  de arco, se puede alcanzar una precisión de  $\pm 0.00005$  en la medida del índice, [9, págs. 41-42].

### 2.1.3. Método de autocolimación utilizando un prisma de Littrow

El procedimiento de autocolimación usando un prisma de Littrow (prisma tallado con un ángulo recto) permite la medida de índices de refracción tanto de sólidos como de líquidos, como se describe en la referencia [29]. La refractometría por autocolimación consiste en la medida del índice mediante una configuración óptica que transmite un haz de luz colimado y lo devuelve por medio de la reflexión en un espejo. En concreto, este método de refractometría combina la autocolimación y el ángulo de desviación mínima de la luz que atraviesa dos veces un prisma, para lo cual propone usar un prisma de Littrow bajo la condición de autocolimación. La simplicidad de la óptica y la precisión en las medidas es comparable a la del refractómetro de prisma, [29].

La principal ventaja del refractómetro de prisma de Littrow es que el haz de luz se observa girando únicamente el prisma, es decir, manteniendo el telescopio de observación fijo, lo cual reduce el error con respecto al método del ángulo de desviación mínima. Por geometría, puede deducirse que si el ángulo de incidencia del haz de luz en la cara frontal del prisma,  $\theta_n$ , es tal que el ángulo refractado es igual al del ápice del prisma,  $\alpha$ , entonces la luz se propagará normal a la cara posterior del prisma, como se muestra en la Fig. 2.3. A partir de la ley de Snell se determina así el índice de refracción del vidrio del prisma de Littrow, [29]

$$n = \frac{n_{\text{aire}} \sin \theta_n}{\sin \alpha} \quad (2.2)$$

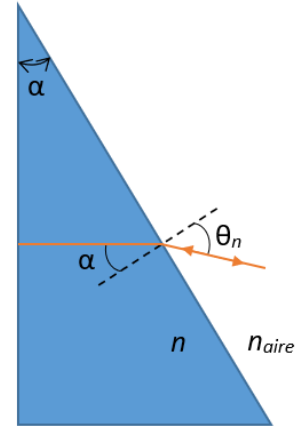


Figura 2.3: Esquema del refractómetro de Littrow.

El método puede adaptarse a líquidos, para lo cual basta con verter el líquido de índice desconocido en un recipiente hueco con forma de prisma de Littrow con una ventana plana en la cara frontal, teniendo en cuenta el efecto de la misma sobre la Ec. 2.2. De acuerdo con [29], el resultado de la medida del índice de un prisma BK7 fue  $n = (1.51513 \pm 0.00013)$  para  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,  $T \approx 20^\circ\text{C}$ ; mientras que el de la medida del índice de agua desionizada fue  $n_{\text{agua}} = (1.3313 \pm 0.0003)$ , siendo  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  y  $T = (24.8 \pm 0.5)^\circ\text{C}$ . Los refractómetros basados en autocolimación resultan potencialmente útiles en aplicaciones que requieran la automatización, [29].

#### 2.1.4. Ángulo límite

Los refractómetros de ángulo límite son instrumentos ópticos en los cuales el campo del ocular se observa separado en dos zonas, “una de ellas iluminada y la otra oscura”, de forma que la frontera se “corresponde” con el “rayo límite”, [4, pág. 446].

El refractómetro de Abbe es un instrumento óptico sencillo para la medida del índice de refracción de un líquido que, desde el punto de vista comercial, es el más conocido. Este dispositivo mide el ángulo de salida de la luz que atraviesa un sistema de dos prismas ópticos (ambos con el mismo índice) entre los que se coloca una película de líquido de índice desconocido. Su funcionamiento está basado en el principio de reflexión total interna, [30]: la luz que alcanza el líquido con incidencia en ángulo límite entra en el prisma con incidencia rasante ( $90^\circ$ ) y se refracta con ángulo crítico o límite. Para ello, el índice de refracción del prisma debe ser mayor que el del líquido, [9, pág. 40]. Para cada índice del líquido, el campo iluminado final es diferente, y el instrumento está diseñado para rotar el conjunto hasta dividir el campo en dos zonas de iluminación, rotación que gira una escala que, observada a través de un ocular, muestra la medida final. El rango de medida del refractómetro está limitado, puesto que no puede medir índices de refracción de líquidos que sean mayores que el índice del prisma interno que forma parte del mismo, [31]. La Fig. 2.4 muestra un esquema del funcionamiento del refractómetro de Abbe. Este instrumento es capaz de alcanzar una precisión de  $\pm 0.0001$  y puede “medir índices en un intervalo de 1.3 a 1.7”, [4, pág. 448].

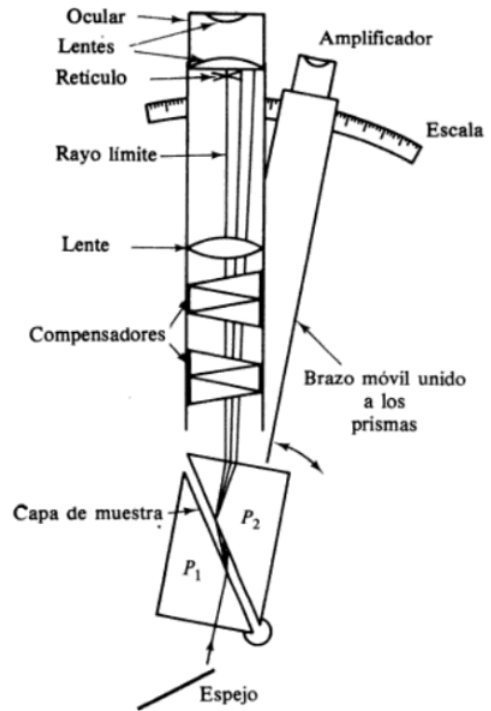


Figura 2.4: Esquema del refractómetro de Abbe, [4, pág. 448].

Otros refractómetros de precisión similar al de Abbe son el de Pulfrich o el de Zeiss de inmersión, que también están basados en el ángulo límite, [32]. Estos instrumentos tienen versiones modernas con su propia fuente de luz y una lectura automática. Son los llamados refractómetros digitales.

El refractómetro de Pulfrich, a diferencia del de Abbe, utiliza un único prisma de vidrio “con dos superficies planas formando un ángulo recto, una en el plano horizontal y otra en el vertical”, [32]. La luz incide en la muestra de líquido situada sobre la cara horizontal del prisma, de forma que los rayos con ángulo inferior o igual al límite se refractan en el prisma, [32], [14, pág. 13]. Al igual que en el refractómetro de Abbe, el campo se observa a través de un telescopio y está dividido en una zona iluminada y otra oscura. La zona de transición está calibrada, lo que posibilita la medida del índice, [14, págs. 13-15].

El refractómetro de Zeiss de inmersión fue diseñado en particular para la medida del índice de disoluciones, con aplicaciones en la industria química, para monitorizar el progreso de un proceso de manufactura, o en la industria de azúcar, como suplemento o sustituto del sacarímetro, por ejemplo, [14, pág. 15]. Su funcionamiento está basado en que el índice de una disolución binaria es directamente proporcional a la concentración del soluto. El refractómetro se colgaba de un alambre por encima de un baño de agua a temperatura controlada que contenía vasos de precipitados con muestras de líquidos. Un espejo por debajo del agua dirigía el haz de luz hacia el fondo de los vasos a través de un vidrio en la base de la bañera, y de ahí a la muestra líquida hasta alcanzar el prisma sumergido que sobresalía del extremo del refractómetro. La frontera entre las regiones iluminada y oscura era proyectada en una escala lineal, lo que permitía determinar el índice de la muestra, [14, págs. 15-16].

### 2.1.5. Polarimetría y elipsometría

La polarimetría y la elipsometría abarcan los procedimientos de medida del estado de polarización de la luz, [33]. La polarimetría engloba a la elipsometría en el sentido de que esta última se refiere a la polarimetría de reflexión y transmisión de la luz totalmente polarizada. La elipsometría estudia el cambio que experimenta la luz polarizada tras ser reflejada (o transmitida) por una muestra como vía de caracterización de dicha muestra. El nombre de esta técnica proviene de que la luz totalmente polarizada se puede describir mediante su elipse de polarización, y esta elipse cambia al reflejarse. Al medir la razón de amplitudes y la diferencia de fases entre las componentes vertical y horizontal de la luz se caracteriza el índice del material que forma esa superficie, [34, pág. 1]. La determinación del índice de refracción está limitada por la calidad de la superficie y el espesor de la muestra, así como la precisión de los modelos físicos empleados para obtener el índice, [31]. En la elipsometría espectroscópica la razón de amplitudes y la diferencia de fases se determinan modificando la longitud de onda de la luz, [34, pág. 1]. La precisión de algunos elipsómetros para la caracterización de capas delgadas es al menos de  $10^{-4}$ , [35]. En el caso de líquidos, se ha encontrado un refractómetro, basado en principios polarimétricos aplicados a la reflexión total interna, que posibilita una medida del índice de líquidos con una precisión mejor que  $10^{-2}$ , [36].

### 2.1.6. Ángulo de Brewster

El ángulo de Brewster,  $\varphi_B$ , es el ángulo de incidencia para el cual la componente del campo eléctrico con polarización paralela al plano de incidencia no se refleja. Viene dado por

$$n/n_i = \tan(\varphi_B) \quad (2.3)$$

donde  $n$  es el índice de refracción del medio dieléctrico que se desea conocer y  $n_i$  es el índice de refracción del medio sobre la superficie por el que viaja la luz incidente, [27, pág. 218]. Encontrar este ángulo exige un control sobre los ángulos de incidencia y polarización, pero su valor permite una estimación directa de  $n$ . Este método presenta la ventaja con respecto al método del ángulo de desviación mínima de que el dieléctrico no debe ser tallado con forma de prisma. Además, es

apto para cualquier medio sólido o líquido dieléctrico, [37]. Se ha encontrado en la bibliografía una precisión en la determinación del índice de refracción de dieléctricos de  $10^{-4}$ , mediante una versión mejorada basada en el fundamento de este método, [37].

### 2.1.7. Interferometría

“La interferometría es una técnica que mide las diferencias entre los índices de refracción de la muestra y un patrón”, [4, pág. 437]. Las técnicas interferométricas se utilizan ampliamente para determinar el índice de refracción de líquidos, [38]. Existen gran variedad de dispositivos y procedimientos basados en principios de sensibilidad que incluyen los interferómetros de Fabry-Perot [39], Mach-Zender [40] y Michelson, entre otros. La interferometría “es una técnica diferencial” muy precisa que permite “determinar diferencias extremadamente pequeñas entre los índices de refracción de una muestra y un patrón”, [4, pág. 437].

El método que emplea el interferómetro de Michelson se fundamenta en el hecho de que al rotar una muestra colocada inicialmente en incidencia normal al haz de luz que se dirige hacia uno de los espejos, este haz sufre una refracción mayor dado que disminuye la cantidad de camino óptico sobre aire y aumenta el de la muestra, camino que se puede medir contando los máximos que pasan por la pantalla del interferómetro en función del ángulo que se ha girado la muestra, [38].

El interferómetro de Michelson se utiliza también para la medida del índice de refracción de gases. Teniendo en cuenta que el índice de un gas aumenta de forma aproximadamente lineal con la presión a presiones bajas, se puede determinar el índice del gas en el interior de una celda calibrada cuya presión se controla con una bomba manual y se mide con un manómetro. La precisión en la medida del índice problema mediante este procedimiento es al menos del orden de  $10^{-5}$ , [41]. En la literatura se ha encontrado una precisión  $|\delta(n - 1)| = 2 \cdot 10^{-8}$  en la medida de la dispersión del índice de refracción en el rango de longitudes de onda  $400 \leq \lambda \leq 700$  nm, con un error relativo  $|\delta(n - 1)/(n - 1)| = 2 \cdot 10^{-4}$ , [42].

### 2.1.8. Index matching

La técnica de acoplamiento de índice, o *index matching*, consiste en poner en contacto dos materiales, de los cuales uno es de índice conocido. Normalmente se trata de un líquido y un sólido. Al hacer pasar luz por la superficie de contacto, si el índice de los materiales coincide, no se producirá reflexión ni refracción, algo que puede ser observado externamente.

Los métodos basados en *index matching* se utilizan habitualmente para determinar el índice de refracción de muestras cristalinas en cristalografía. El método más empleado para la medida del índice de refracción de un cristal es el test de la línea de Becke (banda o anillo visible en el borde del cristal), que consiste en sumergir una muestra cristalina de índice desconocido  $n_C$  en una gota de líquido test de índice conocido  $n_L$  y observar con el microscopio de luz polarizada si la línea de Becke se mueve hacia dentro ( $n_C > n_L$ ) o hacia afuera ( $n_C < n_L$ ) del cristal al alejar el objetivo, lo que permite acotar el valor del índice del cristal con mayor o menor precisión en función de los líquidos test disponibles, [9, págs. 52-55].

Un caso en el que este método es especialmente útil es el de las fibras textiles. Se trata de medios anisótropos uniaxiales, por lo que la velocidad de propagación de la luz polarizada es diferente si la polarización de la luz está orientada en la dirección del eje longitudinal, índice extraordinario  $n_e$ , que en la del eje perpendicular, índice ordinario  $n_o$ . El método de *index matching* se emplea para la determinación de los índices  $n_e$  y  $n_o$  de fibras textiles, siendo una técnica muy fiable, [43]. Para ello, la fibra es observada a través de un microscopio de luz polarizada, mediante un procedimiento análogo al descrito en el párrafo anterior para muestras cristalinas. Las dificultades de este método se encuentran en los problemas relacionados con la forma y el tamaño de la fibra, así como el control de la polarización de la luz. A continuación se presenta la propuesta de un experimento de medida de los índices de una fibra mediante *index matching*, utilizando un microscopio de luz polarizada y

un set de líquidos test. El procedimiento ha sido redactado a partir de la referencia [43], y resulta de interés para describir los pasos del método,

1. Se prepara la muestra de fibra longitudinal siguiendo el procedimiento de montaje temporal. Para ello, primero se separa el hilo en fibras: una muestra de 0.25 cm de longitud se carda en fibras sobre un portaobjetos utilizando un alfiler. Si existe la posibilidad de que haya una combinación de fibras debe examinarse por completo el diámetro del hilo. Después se elige el líquido más conveniente para realizar el primer montaje. Se recomienda elegir un líquido con índice aproximadamente 1.535, ya que es un valor intermedio para el rango de índices de fibras. También pueden consultarse tablas con los índices de refracción de las fibras más comunes, [43]. Para terminar de preparar la muestra, se vierte una gota del líquido seleccionado sobre el cubreobjetos, se da la vuelta a este y se coloca con precaución sobre las fibras sueltas, de forma que el líquido se extienda cubriendo las fibras extraídas, [43].
2. Se coloca la muestra en el microscopio y se configura de forma que envíe luz linealmente polarizada. Se observa la muestra en búsqueda de una fibra (o en su defecto un tramo de la misma) particularmente estrecha, alejada de las demás y enfocada, [43].
3. Una vez elegido el fragmento, se orienta el mismo en la dirección este-oeste, para la medida de  $n_e$ . Se observa el comportamiento de la línea de Becke. Si el contorno de la fibra desaparece, entonces el índice de refracción de la fibra coincide con el del líquido, [43].
4. Ahora se orienta el fragmento de fibra en la dirección norte-sur y se observa de nuevo el comportamiento de la línea de Becke con el fin de acotar el valor de  $n_o$ , [43].
5. Se repite el montaje de la fibra con distintos líquidos para aproximarnos tanto a  $n_e$  como a  $n_o$  (pasos 1-4). Una vez medidos los dos, consultando una tabla de índices  $n_e$  y  $n_o$  de fibras textiles, podemos averiguar de qué tipo se trata.

## 2.2. Métodos basados en el análisis de imágenes

Un precedente histórico de este tipo de refractómetros es el refractómetro de Jelley, que se enmarca dentro de los refractómetros de desplazamiento de imagen. Una versión posterior mejorada de este refractómetro es el de Fisher, por lo que en estas líneas nos referiremos a él como refractómetro de Jelley-Fisher. En los últimos años, han surgido nuevos métodos de medida del índice a través de la formación y el análisis de imágenes mediante cámaras digitales o sensores.

A continuación se explican de forma general los refractómetros de desplazamiento de imagen. Posteriormente, se detalla el método de Jelley-Fisher junto con otros procedimientos encontrados en la literatura reciente.

### 2.2.1. Refractómetros de desplazamiento de imagen

Este tipo de refractómetros se basan en la medida del desplazamiento del haz refractado respecto del incidente, en vez de determinar el desplazamiento de la ‘playa’, o línea separadora entre la región oscura e iluminada, debido al ángulo límite. En los refractómetros de desplazamiento de imagen la muestra se talla en forma de prisma (si se trata de un líquido, este se vierte en un recipiente con esta forma), de modo que el índice de la muestra se determina a partir de la desviación que sufre el haz de luz al atravesar dicho prisma, que puede medirse con un goniómetro, [4, pág. 450]. Comparados con el refractómetro de Abbe, los refractómetros de desplazamiento de imagen presentan las ventajas de que no tienen límites al valor del índice que pueden medir y, además, el rango de longitudes de onda para la medida del índice es mayor. El “refractómetro de Jelley-Fisher, el refractómetro de prisma hueco de Eykman y los refractómetros diferenciales que utilizan dos prismas huecos en oposición” son algunos ejemplos de refractómetros pertenecientes a esta categoría, [4, pág. 451].

### 2.2.2. Refractómetro de Jelley-Fisher

El refractómetro de Jelley-Fisher es un instrumento sencillo de medida del índice de refracción de líquidos con una precisión de  $\pm 0.001$ , [9, pág. 40]. Su principio de funcionamiento se basa en el efecto de la aparente curvatura de un palo introducido en agua. Lo mismo le sucede a la luz procedente de una rendija cuando atraviesa un prisma: la luz parece venir de otra dirección después de cruzar el prisma, [9, págs. 40-41]. En el refractómetro de Jelley, un prisma de vidrio se transforma en un prisma compuesto insertando una gota del líquido a medir, de forma que la fuente aparente de luz se posiciona deslizándose ligeramente a lo largo de una escala hasta que coincide con la imagen de la rendija, [14, págs. 16-17]. Así, se mide indirectamente el ángulo de refracción. En la Fig. 2.5 puede verse un esquema del funcionamiento del refractómetro. La escala lineal está marcada en valores del índice de refracción, lo que permite la medida directa del índice a partir de la lectura de la escala. A pesar de que este refractómetro es menos preciso que el de Abbe, puede usarse sin prácticamente ninguna limitación de rango en el índice del líquido, y tiene la ventaja de que es más barato, [9, pág. 41].

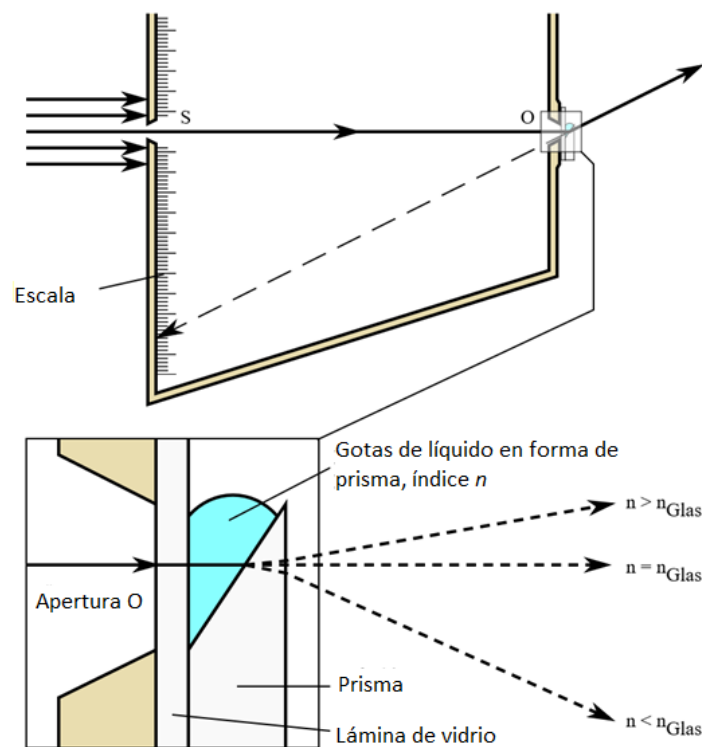


Figura 2.5: Esquema del refractómetro de Jelley, adaptado de [44].

### 2.2.3. Patrón de sombra

Este método mide de forma sencilla el índice de refracción de líquidos a partir del gradiente de un patrón de sombra, con un error inferior a 0.01, de acuerdo con la descripción dada por la referencia [1], que se resume a continuación. Una fuente convencional de luz proyecta un patrón de oscuridad-brillo-oscuridad cuando atraviesa la interfaz circular de un bloque transparente y rectangular de índice  $n_S$  que posee en su interior una cámara cilíndrica con el líquido de índice desconocido  $n_L$  ( $n_L < n_S$ ). De esta forma, los lados izquierdo y derecho de la cámara cilíndrica se ven oscuros, mientras que la región central es brillante. La zona totalmente oscura se corresponde con la región en la que el ángulo de incidencia de la luz de la fuente es superior al ángulo límite, por lo que se produce la reflexión total interna de la luz incidente. En la región intermedia entre la zona central brillante y

las zonas laterales oscuras se encuentra la región difusa, en la que el rayo incidente se refracta dos veces, con un ángulo de desviación que aumenta de forma no lineal conforme la trayectoria del haz de luz incidente se aproxima a los laterales de la cámara. Este dispositivo tiene potenciales aplicaciones en sistemas de medida portátiles que utilicen el índice de refracción para estimar propiedades de muestras líquidas.

#### 2.2.4. Sistema optofluídico

Este mecanismo de medida del índice de refracción de líquidos se basa en el análisis de las imágenes producidas por una lente optofluídica, tal como se ha propuesto y es descrito en la referencia [45]. La lente consiste en una mezcla transparente de silicona (polidimetilsiloxano) que tiene en su interior una cavidad hueca en forma de lente. El líquido problema se inyecta en esta cavidad para encontrar su índice de refracción. El nuevo sistema forma una imagen virtual de un objeto dado que se debe buscar con un microscopio. Las imágenes son diferentes en función de los distintos líquidos en la cavidad de la lente por lo que, si no se variase el plano imagen, esta se vería desenfocada. La posición del microscopio al enfocar la nueva imagen permite determinar el valor del índice problema. Si no se mueve el plano imagen, la visibilidad de las imágenes depende del índice de refracción del líquido. De esta manera, un ajuste de los datos experimentales de estos parámetros utilizando un software de ordenador para el análisis de la imagen desenfocada permite determinar el índice de refracción del líquido sin necesidad de enfocar de nuevo el microscopio. Este dispositivo posee aplicaciones en sistemas donde es preciso medir el índice de refracción de líquidos en tiempo real, puesto que existe la posibilidad de conectar la cavidad hueca de la lente a una tubería por la que pasa el líquido, de forma que, si el índice se sale del rango indicado, se envía el aviso tan pronto como es detectado. La precisión lograda fue inferior a la del refractómetro de Abbe.

#### 2.2.5. Sistema basado en una lente de electrohumectación

El dispositivo que se presenta en la referencia [30] consiste en una cavidad cilíndrica donde se encuentra integrada una fuente de luz (LED), una lente colimadora, una cámara de medición de líquidos (LMC), una lente de electrohumectación y un sensor de imagen, como se muestra en la Fig. 2.6: (a) representa la esquemáticamente la sección transversal del sistema y (b) los componentes.

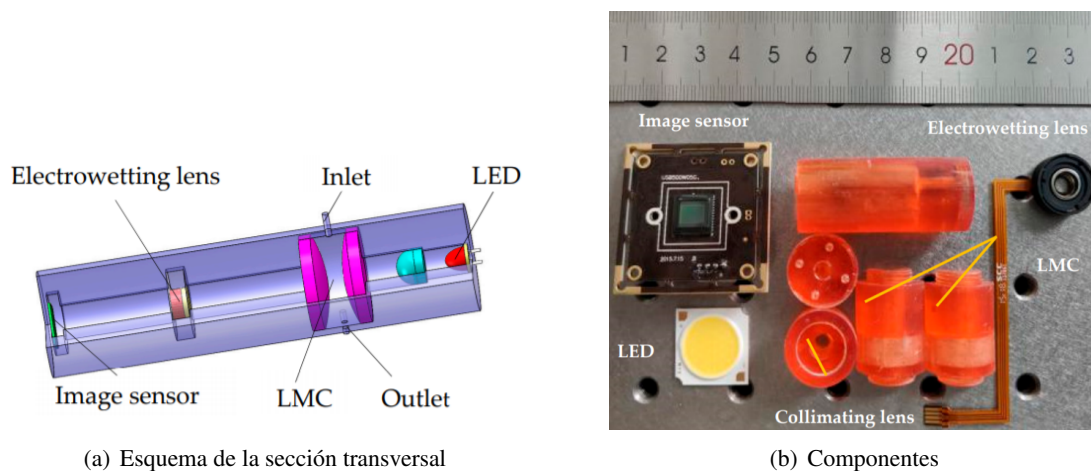


Figura 2.6: Sistema de medida del índice de líquidos con una lente de electrohumectación, [30].

Al añadir líquido cambia el índice de refracción de la cámara y la luz deja de focalizarse en el plano imagen. De esta forma, ajustando el voltaje de conducción de la lente de electrohumectación,

se modifica la curvatura de la frontera líquido-líquido hasta focalizar la luz incidente en el plano imagen. En función del valor del voltaje se determina el índice de refracción del líquido, con una precisión de  $10^{-4}$ . El rango de medida del índice con este sistema va de  $\sim 1.3300$  a  $\sim 1.4040$ , [30]. El dispositivo de medida es ingenioso, aunque algo sofisticado, con la ventaja de que puede hacerse de pequeño tamaño, portátil y podría tener aplicaciones en la detección de reactivos químicos y el análisis de pruebas farmacéuticas.

### 2.3. Técnicas de medida del índice de refracción en la escala submicrométrica

La propiedad óptica de la luz de viajar, bajo ciertas circunstancias, confinada sobre superficies metálicas presenta gran importancia en aplicaciones que van desde sensores de detección óptica hasta espectroscopía y microscopía, [46]. Este fenómeno de la luz se conoce como plasmones superficiales (SPPs, polaritones plasmónicos superficiales) que son modos electromagnéticos que surgen de la interacción entre la luz y las cargas móviles superficiales, que típicamente son los electrones de conducción de los metales. Pueden considerarse como ondas de densidad de carga en la superficie de los materiales con electrones libres propagándose a través de la interfaz del conductor y el medio dieléctrico, [46]. Estos modos plasmónicos, bajo ciertas condiciones, pueden excitarse por la luz, lo que conduce a una fuerte absorción y *scattering* de la misma, así como al aumento del campo electromagnético local. La excitación de una resonancia de plasmón superficial localizada (LSPR) en una única nanopartícula produce una amplificación de los campos electromagnéticos en la superficie de la misma, [46]. La localización espectral de esos picos de resonancia es muy sensible a las propiedades de la partícula, y también del medio, lo que permite el desarrollo de técnicas para monitorizar los cambios en la superficie de un sustrato o en el entorno de una nanopartícula, a nivel de la nanoescala. Las nanopartículas del metal actúan como sensores (nanosensores) de los sustratos de la muestra o del medio que la rodea gracias a su interacción con ellos, [46]. Por ejemplo, las redes de nanoagujeros de películas metálicas presentan gran sensibilidad al cambio de índice de refracción, como ilustra la Tab. 1 de [47]. En concreto, la sensibilidad de las matrices de nanoagujeros de oro para detectar cambios en el índice se muestra en la Tab. 25.3 de [48, Cap. 25, pág. 453].

Cabe destacar que, en este campo, la medida de la sensibilidad del método son los nm/RIU. Esto quiere decir que en un sistema que produce desplazamientos de 400 nm/RIU (dato extraído como ejemplo de la Tab. 25.3 de [48, Cap. 25, pág. 453]), si tenemos sensibilidad espectral para detectar desplazamientos de 1 nanómetro, tendremos capacidad de detectar variaciones del índice de  $1/400$ , o sea sensibilidad 0.0025. De esta forma, intervienen tanto la sensibilidad del sistema como nuestra capacidad de detectar desplazamiento espectral (resolución espectroscópica).

La variación del máximo del espectro de emisión plasmónica con las pequeñas variaciones locales del índice de refracción ya se emplea en aplicaciones como el análisis topográfico de muestras de superficies o la detección de la presencia de células anómalas en un plasma, [46]. En este sentido, se han propuestos biosensores sensibles a los cambios del índice de refracción para una detección rápida, compacta, cuantitativa y sin marcadores de partículas virales, que requieren una preparación de las muestras mínima, [49]. Asimismo, se ha desarrollado un método que emplea un micro-nano dispositivo capaz de monitorizar sin marcadores y en tiempo real la fijación de una sola célula en nanoagujeros plasmónicos. El dispositivo tiene una alta sensibilidad a los cambios del índice de refracción en la interfaz metal-dieléctrico, presentando aplicaciones específicas en la identificación de células cancerosas, [50]. En el campo de la microfluídica, existen sensores de alta resolución en la medida del índice de refracción con potenciales aplicaciones en la caracterización de muestras biológicas en la escala micrométrica como, por ejemplo, células vivas, [51].



### 3. Adaptación de refractómetros para la medida de líquidos

En este capítulo se presentan diversas medidas del índice de refracción llevadas a cabo mediante métodos clásicos disponibles en los laboratorios de óptica de la UC que han sido adaptados para la medida del índice de líquidos. Se compara la precisión lograda con cada uno de los dispositivos empleados. El laboratorio en el que se llevaron a cabo las medidas experimentales se encontraba a una temperatura  $T = (21 \pm 1)^\circ\text{C}$ , salvo que se indique lo contrario.

#### 3.1. Refractómetro de Abbe: calibrado

Con el fin de comprobar la validez de los resultados que se van a obtener con distintos métodos, es necesario disponer de un instrumento fiable que permita medir valores del índice de refracción suficientemente precisos y exactos. Este instrumento es el refractómetro de Abbe, en el caso de líquidos.

El procedimiento de medida del índice de refracción de un líquido utilizando el refractómetro de Abbe, existente en el laboratorio de óptica, se describe de forma íntegra en el guión "Medida del índice de refracción de un prisma", perteneciente a las prácticas realizadas en las asignaturas de óptica de la licenciatura, [10]. Dicho instrumento es un buen refractómetro de la marca Zeiss; sin embargo, necesita ser calibrado después de un uso prolongado durante cerca de 30 años, si se desea que ofrezca garantías.

Hemos calibrado el refractómetro de Abbe a partir de las medidas del índice de refracción de un conjunto de 19 líquidos test, destinados al calibrado, cuyo índice venía dado por el fabricante con gran precisión ( $\pm 0.0002$ ). Comparando las medidas experimentales con las verdaderas es posible estimar la 'corrección' necesaria. Los resultados se muestran representados gráficamente en la Fig. 3.1.

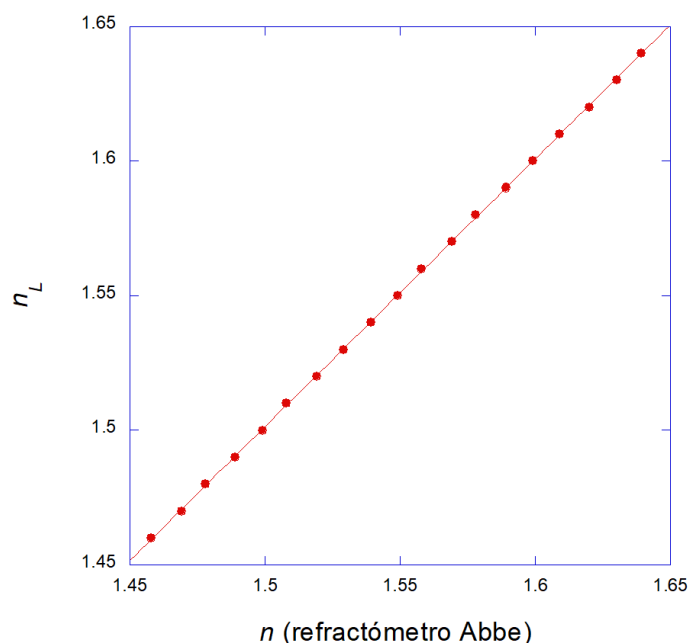


Figura 3.1: Índice de refracción del líquido test dado por el fabricante frente al medido con el refractómetro de Abbe. Se ha realizado un ajuste por mínimos cuadrados de los datos experimentales:  $n_L = (0.995 \pm 0.002)n + (0.010 \pm 0.003)$ .

Con el fin de contrastar la fiabilidad y precisión del calibrado del refractómetro de Abbe, se midió con el mismo el índice de refracción del agua, obteniéndose el valor  $n = 1.330$ , a partir del cual,

de acuerdo con la ecuación de la recta de ajuste por mínimos cuadrados de la Fig. 3.1, se tiene que  $n_L = (1.333 \pm 0.003)$ , que coincide con el valor tabulado para la longitud de onda  $\lambda_D = 589.3$  nm correspondiente a la línea  $D$  del Na (línea central del doblete de sodio), a la temperatura  $T = 20^\circ\text{C}$ , [5, pág. 77].

### 3.2. Medida del índice de un líquido mediante el ángulo de desviación mínima

Se ha determinado el índice de refracción de un aceite vegetal transparente, de los utilizados como hidratante corporal. Para ello, se ha llenado un prisma de vidrio hueco con dicho líquido y se ha medido el ángulo de desviación mínima, utilizando un goniómetro con precisión de  $1'$  de arco y una lámpara espectral de sodio ( $\lambda_D = 589.3$  nm). El procedimiento seguido y una descripción gráfica del dispositivo pueden encontrarse en el guión del anexo A, el cual se propone para la realización de este experimento a modo de ‘práctica de laboratorio’.

En primer lugar, se determinó el ángulo formado por las dos caras planas refractantes del prisma que interviene en el proceso de desviación de la luz. A continuación, se midió el ángulo de desviación mínima por el procedimiento habitual de giro del prisma y búsqueda del punto de inflexión con el brazo-telescopio. Los resultados se muestran en las Tab. 3.1 y 3.2, respectivamente. Se ha calculado el valor medio y la desviación estándar de ambos ángulos:  $\bar{\alpha} = 61^\circ 5'50'' \pm 0^\circ 0'30''$  y  $\bar{\delta}_m = 34^\circ 55' \pm 0^\circ 1'$ .

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha$
$5^\circ 35'$	$127^\circ 46'$	$61^\circ 5'30''$
$5^\circ 35'$	$127^\circ 46'$	$61^\circ 5'30''$
$5^\circ 35'$	$127^\circ 47'$	$61^\circ 6'$
$5^\circ 36'$	$127^\circ 48'$	$61^\circ 6'$
$5^\circ 36'$	$127^\circ 47'$	$61^\circ 5'30''$
$5^\circ 36'$	$127^\circ 48'$	$61^\circ 5'30''$
$5^\circ 36'$	$127^\circ 48'$	$61^\circ 6'$

Tabla 3.1: Medidas experimentales realizadas con el goniómetro de los ángulos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , correspondientes a la luz reflejada por cada una de las caras del prisma cuando este se encontraba con su ángulo  $\alpha$  frente al haz incidente (brazo colimado) del goniómetro. Se ha calculado  $\alpha = (\alpha_2 - \alpha_1)/2$ .

$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_m$
$33^\circ 24'$	$103^\circ 12'$	$34^\circ 54'$
$33^\circ 24'$	$103^\circ 13'$	$34^\circ 54'30''$
$33^\circ 24'$	$103^\circ 13'$	$34^\circ 54'30''$
$33^\circ 22'$	$103^\circ 12'$	$34^\circ 55'$
$33^\circ 24'$	$103^\circ 15'$	$34^\circ 55'30''$
$33^\circ 21'$	$103^\circ 12'$	$34^\circ 55'30''$
$33^\circ 22'$	$103^\circ 14'$	$34^\circ 56'$

Tabla 3.2: Medidas experimentales realizadas con el goniómetro de los ángulos  $\delta_1$  y  $\delta_2$ , correspondientes a la luz que entra por cada una de las caras del prisma, se refracta en el mínimo y emerge por la otra cara (derecha e izquierda, respectivamente). Se ha calculado  $\delta_m = (\delta_2 - \delta_1)/2$ .

A partir de las medidas experimentales se obtiene un valor del índice de refracción del líquido correspondiente a la línea  $D$  del sodio  $n_D = (1.4623 \pm 0.0005)$ . Para contrastar este resultado, se midió el índice de refracción del líquido con el refractómetro de Abbe, obteniéndose el valor experimental  $n = 1.459$  que, una vez corregido según la recta de calibrado de la Fig. 3.1, se corresponde con  $n_L = (1.462 \pm 0.003)$ . Este valor es compatible con el obtenido mediante el ángulo de desviación mínima. Además, el refractómetro de prisma permite obtener un resultado en la medida del índice un orden de magnitud más preciso que el refractómetro de Abbe.

### 3.3. Interferómetro de Michelson

A continuación, se describe el principio de funcionamiento del interferómetro de Michelson. Un esquema de este interferómetro, perteneciente a la categoría de los llamados ‘de división de amplitud’, puede observarse en la Fig. 3.2. El dispositivo se ha utilizado para determinar el índice de refracción de una lámina plano-paralela de vidrio. Asimismo, se explica la adaptación de este

instrumento para la medida del índice de líquidos, proceso que quedó interrumpido por la suspensión de la actividad docente presencial.

### 3.3.1. Fundamento teórico

En un interferómetro de Michelson el estado interferencial de la suma de sus haces depende de la diferencia de camino óptico recorrido por cada haz. Variaciones tan pequeñas como  $\lambda/4$  producen un efecto neto -tras el doble paso- de un estado de máximo interferencial a un estado de mínimo, o lo que es lo mismo de máximo de brillo a oscuridad total, si el contraste es el adecuado. Esta gran sensibilidad unida a la facilidad para apreciar las variaciones de contraste a simple vista (que se traduce en ‘contar anillos’ de interferencia) hacen que este instrumento sea ideal para identificar pequeñas variaciones de camino óptico, o lo que es lo mismo, de índice.

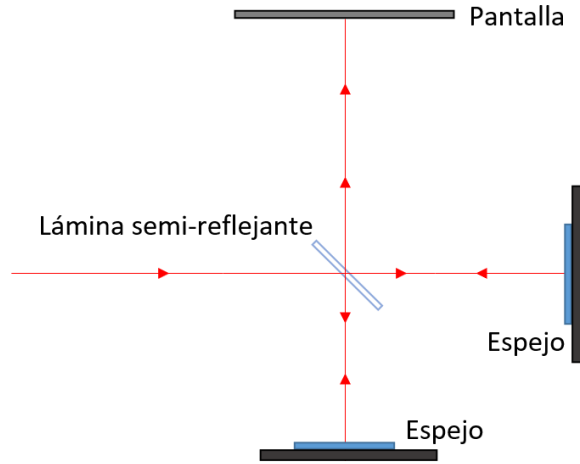


Figura 3.2: Esquema del interferómetro de Michelson (geometría para el rayo central). La lámina semi-reflejante divide el haz de luz incidente en dos haces de igual amplitud, los cuales se reflejan en el espejo plano al final de cada brazo del interferómetro y vuelven a la lámina, donde de nuevo se reflejan parcialmente y llegan a la pantalla, sobre la que se observa el patrón interferencial.

Al interponer una lámina de un material en el camino óptico de uno de los brazos del interferómetro se añade camino a ese brazo y se altera la diferencia de camino con el otro brazo en la misma cantidad. Dicho valor se modifica si giramos la lámina, lo que da lugar a un método bien conocido de medida del índice. Se puede calcular fácilmente (la deducción se recoge en el anexo B, sección B.5) que el número de máximos  $m$  que pasan por la pantalla donde se observa el patrón de interferencia en un interferómetro de Michelson en función del ángulo  $\Phi$  que se ha rotado la lámina plano-paralela de vidrio de índice desconocido  $n$  viene dado por la siguiente expresión,

$$m = \frac{2t}{\lambda} (1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \Phi} - \cos \Phi - n) \quad (3.1)$$

donde  $t$  es el espesor de la lámina,  $\lambda$  es la longitud de onda de la fuente de luz monocromática utilizada y en todo momento se está realizando la aproximación  $n_{\text{aire}} \approx 1$ .

El mismo experimento puede llevarse a cabo sustituyendo la lámina plano-paralela por una cubeta de vidrio con índice de refracción  $n_v$ , paredes de espesor  $t_v$ , ambos conocidos, y líquido en su interior con espesor  $t$  conocido e índice de refracción  $n$  desconocido, el cual se desea medir. Entonces, el número de máximos  $m$  que pasan por la pantalla donde se observa el patrón de interferencia en el interferómetro de Michelson en función del ángulo  $\Phi$  viene dado por, [52]:

$$m = \frac{2}{\lambda} \left[ 2t_v (\sqrt{n_v^2 - \sin^2 \Phi} - \cos \Phi) + t (\sqrt{n^2 - \sin^2 \Phi} - \cos \Phi) - (2n_v t_v + nt - 2t_v - t) \right] \quad (3.2)$$

### 3.3.2. Resultados de la medida del índice de refracción de una lámina plano-paralela de vidrio

Con el objetivo de familiarizarse con el método se ha realizado el experimento en primer lugar con una lámina de vidrio.

El procedimiento de medida se ha recogido en forma de ‘Guión de práctica’ en el Apéndice B. Allí puede encontrarse también una descripción gráfica del dispositivo experimental. El experimento se realizó con un láser de He-Ne, por lo que  $\lambda = 632.8$  nm (rojo). El espesor de la lámina de vidrio medido con la precisión del calibre era  $t = (4.00 \pm 0.05)$  mm. En la Fig. 3.3 se muestra el número de anillos que ha pasado por el centro del campo interferencial en función del ángulo girado, así como la curva de ajuste de acuerdo con la Ec. 3.1. A partir de  $m = 100$ , sin incluir este valor, se consideró que el error era  $\delta m_{>100} = 1$ , debido a que los máximos comenzaban a pasar muy rápido por la pantalla y ya no era posible determinar el valor de  $m$  sin error como se había hecho hasta  $m = 100$ .

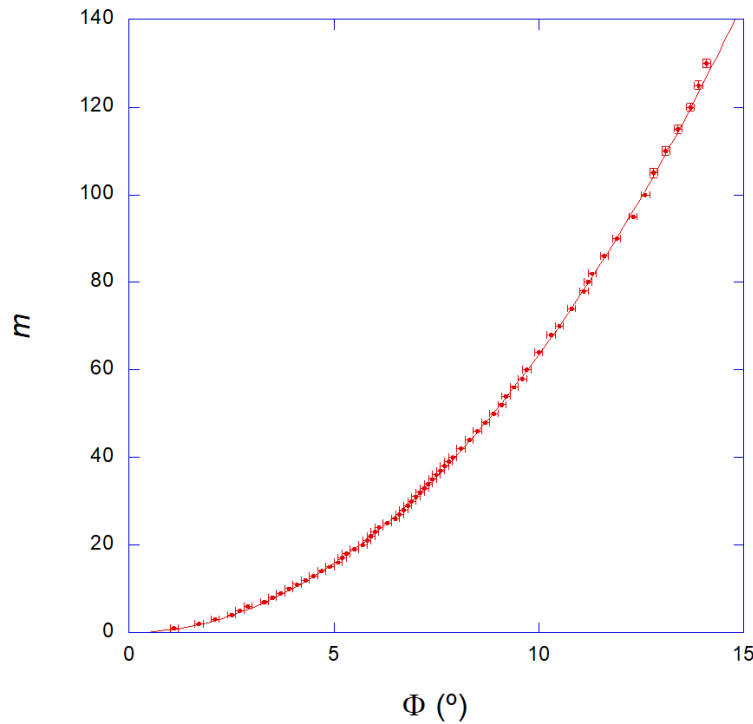


Figura 3.3: Ajuste a una curva de los datos experimentales del número de máximos  $m$  frente al ángulo que se había rotado la lámina de vidrio  $\Phi$  considerando hasta  $m = 130$  máximos,  $m = 2t/\lambda (1 + \sqrt{(1.4873 \pm 0.0009)^2 - \sin^2 \Phi} - \cos \Phi - (1.4873 \pm 0.0009))$ .

A partir de la curva de ajuste de la Fig. 3.3, y considerando el espesor de la lámina medido con la precisión del calibre,  $t = (4.00 \pm 0.05)$  mm, se obtiene que el índice de la lámina de vidrio es  $n = (1.4873 \pm 0.0009)$ , lo que es un excelente resultado. Si ahora, invirtiendo el problema, consideramos el espesor desconocido y buscamos el vidrio comercial cuyo índice es más cercano a este valor para la  $\lambda$  utilizada, [53], se encuentra que, muy probablemente, se trata de un flúor crown de índice  $n = 1.4860$  (no todos los índices corresponden a vidrios que realmente se fabriquen). Para ese cálculo se ha realizado un ajuste por el que se determina que el espesor de la lámina es  $t = (4.007 \pm 0.005)$  mm. Tomando el segundo vidrio comercial de índice más cercano,  $n = 1.4853$ , a partir del ajuste se determina un espesor  $t = (4.011 \pm 0.005)$  mm. De estos cálculos puede deducirse que esta lámina es, con gran seguridad, de espesor ligeramente superior al valor nominal, en unas cuantas micras. De esta forma, se podría invertir el método, pudiéndose determinar espesores de una lámina de vidrio (conocido este) con una precisión 10 veces mayor que la del calibre.

### 3.3.3. Curva del índice de refracción para distintos líquidos

Se ha representado gráficamente  $m$  frente a  $\Phi$  para los índices de refracción  $n$  correspondientes al agua y la glicerina, de acuerdo con la Ec. 3.2, tomándose los valores siguientes para las dimensiones y el índice de la cubeta de vidrio:  $t = 10$  mm,  $t_v = 1.25$  mm,  $n_v = 1.5151$  (BK7) siendo  $\lambda = 632.8$  nm, [53]. En la Fig. 3.4 se muestra un esquema de la cubeta (cubeta Hellma, modelo 12.5 mm): (a) representa el alzado y (b) la planta, indicando el giro.

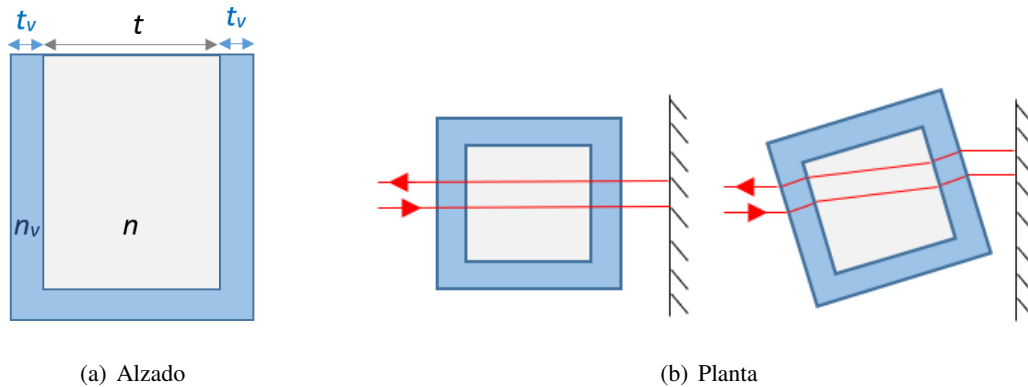


Figura 3.4: Vistas de la cubeta de vidrio ubicada en el interferómetro de Michelson (alzado y planta).

La dependencia del número de máximos,  $m$ , frente al ángulo,  $\Phi$ , se representa en la Fig. 3.5.

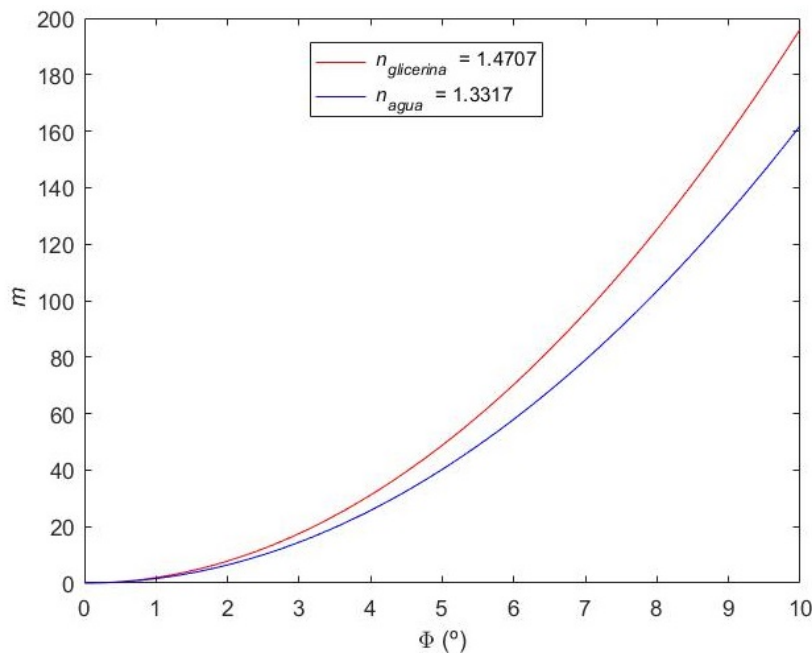


Figura 3.5: Curva del número de máximos  $m$  frente al ángulo  $\Phi$  para el índice de refracción del agua,  $n_{\text{agua}}$ , y la glicerina,  $n_{\text{glicerina}}$ , ( $\lambda = 632.8$  nm,  $T = 25^\circ\text{C}$ , [53]).

### 3.3.4. Resultados de la medida del índice de refracción de un líquido

El experimento que se presenta en este apartado forma parte de las medidas en curso en el momento de la suspensión de la actividad docente presencial. A pesar de que está incompleto se muestra aquí por el interés de las medidas y su utilidad para describir la metodología y sus problemas.

Se comenzará mostrando que a partir de la expresión del número de máximos correspondiente al giro de una cubeta con líquido (Ec. 3.2) puede obtenerse el número de máximos asociado a la cubeta vacía, [52]:

$$m = \frac{2}{\lambda} \left[ 2t_v(\sqrt{n_v^2 - \sin^2 \Phi} - \cos \Phi) - (2n_v t_v - 2t_v) \right] \quad (3.3)$$

En ambas expresiones (Ecs. 3.2 y 3.3) se ha tenido en cuenta que la luz atraviesa dos veces el vidrio de la cubeta en un camino de ida y otras dos en uno de vuelta, es decir, cuatro veces en total.

Al disponer de las dos expresiones es posible determinar por separado el índice del vidrio de la cubeta,  $n_v$ , y, utilizando ese valor, determinar el índice del líquido  $n$  mediante un nuevo experimento y a partir de la Ec. 3.2.

El experimento requería adaptar el interferómetro mediante una pieza que hiciera de soporte y permitiera un giro controlado de la misma (suave y medible). La primera versión de dicha pieza fue la única de la que se dispuso antes de interrumpir el experimento.

En el experimento se utilizó un láser de He-Ne, por lo que  $\lambda = 632.8$  nm. Las dimensiones de la cubeta eran  $t = 10$  mm,  $t_v = 1.25$  mm (misma cubeta descrita en el apartado anterior, Fig. 3.4).

En la Fig. 3.6 se muestran los primeros y únicos resultados experimentales obtenidos para el índice de refracción del vidrio de la cubeta, cuando esta se encontraba vacía. Se puede observar que el ajuste de la curva según la Ec. 3.3 es muy pobre, y el valor obtenido  $n_v = (1.22 \pm 0.03)$  es incorrecto, puesto que ni siquiera puede corresponder a un vidrio. El problema que se detectó al medir era el desplazamiento del máximo central de un extremo a otro de la imagen de la cubeta sobre la pantalla de observación. En la Fig. 3.6 se observan cambios en la tendencia de las medias experimentales (se producen como ‘saltos’). Esto está relacionado con el hecho de que, al contar franjas, se está cambiando el punto de observación. El motivo de que este fenómeno suceda es doble:

- La planeidad y calidad óptica de las cubetas es idónea para hacer espectrometría, pero no es suficiente para hacer experimentos precisos de interferometría.
- La pieza-soporte fabricada no rota en torno a un eje que pase por el centro de la cubeta, lo que produce un desplazamiento transversal del haz, que hace que se ponga más de manifiesto el problema de la planeidad.

En la Fig. 3.7 se muestran las medidas experimentales correspondientes a la cubeta con el aceite vegetal en su interior frente a la curva teórica, que se ha hallado de acuerdo con la Ec. 3.2. Se observa que las medidas experimentales están desplazadas respecto de la curva teórica, es decir, la curva de puntos experimentales no va al origen, lo que significa que el orden que se ha tomado como cero en realidad no lo es. El principal problema detectado en este caso es que no fue posible observar el máximo central, sino que se veían unas zonas marginales con fracciones de anillos, como se muestra en la Fig. 3.8. Además, los resultados de la Fig. 3.7 ponen de manifiesto los problemas técnicos del dispositivo experimental: la falta de planeidad de la cubeta y de perpendicularidad del plano, así como la inhomogeneidad y posibles impurezas del líquido, que provocan la presencia de pequeños gradientes junto a las paredes de la cubeta.

En conclusión, este experimento permite, como método, alcanzar altos valores de precisión en la medida del índice de un líquido, pero esto requiere cubetas de gran calidad, y un soporte que permita un eje de giro que pase por el interior de la cubeta.



Figura 3.8: Patrón de interferencias en la pantalla de observación cuando se localizaba la cubeta con aceite vegetal en uno de los brazos del interferómetro de Michelson.

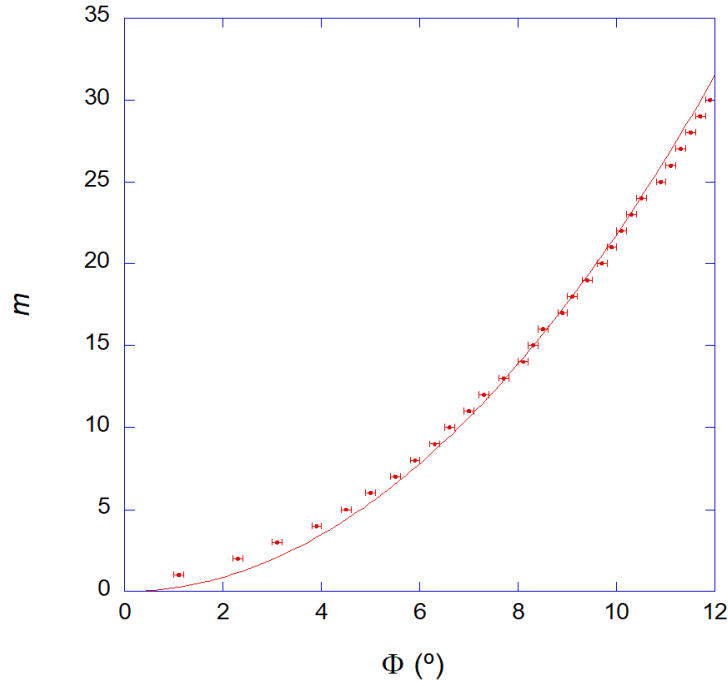


Figura 3.6: Ajuste a una curva de los datos experimentales del número de máximos  $m$  frente al ángulo que se había rotado la cubeta vacía,  $\Phi$ , considerando hasta  $m = 30$  máximos,  $m = 2/\lambda (2t_v(\sqrt{(1.22 \pm 0.03)^2 - \sin^2 \Phi} - \cos \Phi) - (2(1.22 \pm 0.03)t_v - 2t_v))$ .

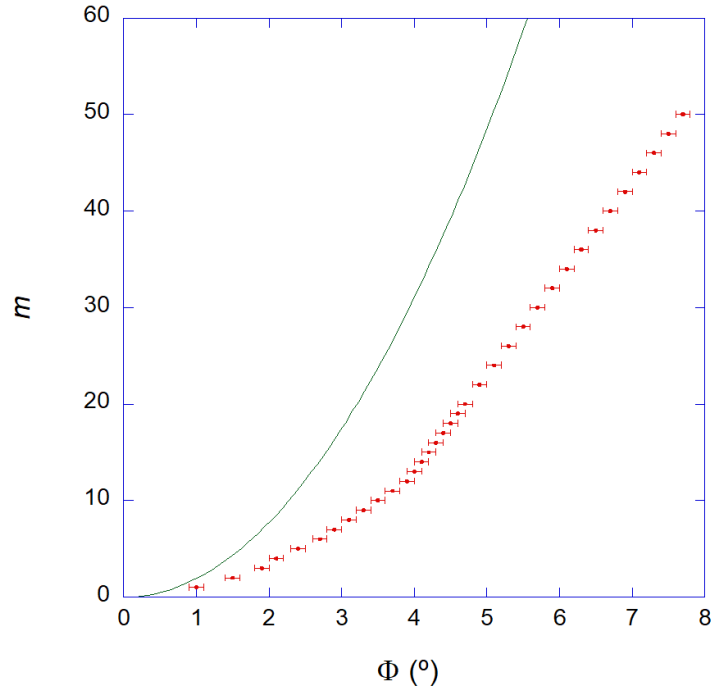


Figura 3.7: Datos experimentales del número de máximos  $m$  frente al ángulo,  $\Phi$ , que se había rotado la cubeta con aceite vegetal en su interior considerando hasta  $m = 50$  máximos, y su comparación con la curva teórica (en color verde) calculada de acuerdo con los valores de  $n_v$  y  $n$  medidos mediante los métodos de ángulo de Brewster y ángulo de desviación mínima, respectivamente,  $n_v = 1.5265$  y  $n = 1.4623$  (Ec. 3.2).

### 3.4. Medida del índice de una cubeta de vidrio mediante el ángulo de Brewster

En este apartado se aborda la medida del índice de refracción de las paredes de vidrio de la cubeta empleada para la medida del índice del líquido con el interferómetro de Michelson, descrita en la sección 3.3.4. Se ha utilizado un método diferente: la medida del ángulo Brewster (explicado en la sección 2.1.6). El experimento completo es similar al realizado en la asignatura del grado ‘Experimental Optics’, descrito en el guión “Production and analysis of polarized light”, [54].

#### 3.4.1. Método experimental

Se utilizó un láser de estado sólido con longitud de onda  $\lambda = 532$  nm (verde). La cubeta de vidrio se llenó con el aceite vegetal transparente, con el fin de identificar con facilidad la reflexión en la primera cara de vidrio de la cubeta y no confundirla con las reflexiones y refracciones en las caras siguientes. La cubeta se colocó frente a un láser sobre una plataforma rotatoria, con precisión en la medida del ángulo de  $5'$ . Delante del láser se encontraba un polarizador lineal. El haz de luz procedente del láser se reflejaba en la cara de vidrio de la cubeta con un ángulo de incidencia aproximadamente entre  $45^\circ$ - $65^\circ$ . El polarizador se rotó hasta que la intensidad del punto de luz (*spot*) del haz reflejado en la pared del laboratorio alcanzó su nivel mínimo. A continuación, se rotó la plataforma hasta que la intensidad del *spot* alcanzó el nivel mínimo de nuevo. Estos dos últimos pasos se repitieron hasta que el haz reflejado tenía una intensidad lo más cercana posible a cero (no absolutamente cero debido a la eficiencia limitada del polarizador dicróico, en torno a  $10^{-3}$ ), [54]. Se midió la posición angular en la plataforma giratoria,  $\varphi_1$ . Después se volvió a rotar la cubeta de forma que la incidencia del haz de luz procedente del láser fuera normal a la misma y se volvió a medir la posición angular,  $\varphi_2$ . El ángulo de Brewster viene dado por la diferencia entre estos dos valores:  $\varphi_B = |\varphi_2 - \varphi_1|$ .

#### 3.4.2. Resultados y análisis

En la Tab. 3.3 se muestran los resultados de las medidas experimentales de las posiciones angulares  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$ , así como el valor calculado correspondiente al ángulo Brewster  $\varphi_B$ .

$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_B$
$14^\circ 25'$	$317^\circ 45'$	$56^\circ 40'$
$14^\circ 30'$	$317^\circ 40'$	$56^\circ 50'$
$14^\circ 25'$	$317^\circ 40'$	$56^\circ 45'$
$14^\circ 30'$	$317^\circ 40'$	$56^\circ 50'$
$14^\circ 35'$	$317^\circ 45'$	$56^\circ 50'$
$14^\circ 30'$	$317^\circ 35'$	$56^\circ 55'$

Tabla 3.3: Resultados experimentales de los valores angulares medidos sobre la plataforma donde estaba ubicada la cubeta cuando la intensidad del spot reflejado por el vidrio de esta era mínima,  $\varphi_1$ , y cuando la incidencia era normal a la cubeta,  $\varphi_2$ . (Puesto que el origen de ángulos está entre ambos se ha sumado  $360^\circ$  para facilitar la resta). A partir de estas medidas se ha calculado el ángulo Brewster correspondiente,  $\varphi_B$ . La precisión en la medida del ángulo con la plataforma giratoria era  $\pm 5'$ .

A partir de las medidas del ángulo Brewster recogidas en la Tab. 3.3 se ha calculado el valor medio del ángulo Brewster y su desviación, obteniéndose el resultado  $\overline{\varphi_B} = 56^\circ 48' \pm 5'$ . De acuerdo con la Ec. 2.3, este valor se corresponde con un índice del vidrio  $n_v = (1.528 \pm 0.005)$  (tomando  $n_{aire} \approx 1$ ).



Teniendo en cuenta que en las especificaciones dadas por el fabricante de la cubeta aparece que se trata de un vidrio SCHOTT, se ha buscado el mismo en la web [53] encontrándose dos vidrios de amplia fabricación y compatibles con el valor obtenido para  $n_v$  ( $\lambda = 532$  nm),

- B 270® Superwite,  $n = 1.5261$
- D 263® T eco Thin Glass,  $n = 1.5265$

## 4. Propuesta de un nuevo método: el refractómetro de aumento

En esta sección se propone un método sencillo de medida del índice de refracción, válido tanto para líquidos como para materiales transparentes tallados en forma de lente semiesférica, que se ha denominado ‘refractómetro de aumento’, por ser el aumento lateral la magnitud óptica directamente ligada al índice de refracción. Este dispositivo presenta la ventaja inicial de no requerir componentes costosos, como son los sistemas con elementos ópticos móviles y de autoenfoque, que requieren una electrónica sofisticada. Posee, potencialmente, aplicaciones en sistemas de medida del índice de líquidos en tiempo real, y, lo que es muy importante, no tiene limitaciones en el rango de medida. Además, puede resultar especialmente indicado para medir la dispersión  $n(\lambda)$  de un material.

### 4.1. Introducción

Los métodos convencionales de medida del índice de refracción de líquidos, desde el refractómetro de Abbe, probablemente el más conocido, hasta los métodos elipsométricos e interferométricos, permiten determinar de forma precisa el índice de refracción. A pesar de esto, presentan el inconveniente de que, en sus versiones menos sofisticadas, resultan difíciles de manejar y operar, aparte de ser voluminosos y estar compuestos por componentes ópticos costosos, [30]. Estos dispositivos no siempre permiten la medida en tiempo real del índice de refracción del líquido de forma sencilla y automatizada. Asimismo, en algunos casos su rango de medida está limitado superiormente por el valor del índice de un vidrio interno, como por ejemplo en el refractómetro de Abbe. Adicionalmente, la mayoría de sistemas basados en el ángulo crítico solo realizan lecturas del índice para una única longitud de onda calibrada (generalmente la línea  $D$  del sodio), por lo que no siempre permiten medir la dispersión, [31]. En el caso de que puedan utilizarse múltiples longitudes de onda, la precisión suele ser menor, [31]. La precisión de las medidas realizadas mediante el ángulo Brewster está influenciada por la estabilidad de la fuente de luz y la dispersión de la luz, [36], así como la eficiencia del polarizador. Por otro lado, los elipsómetros e interferómetros suelen ser muy caros y no pueden transportarse de forma fácil como sucede con los refractómetros portátiles, [1]. A su vez, la determinación del índice mediante elipsometría está limitada tanto por las características de la superficie como de la muestra, y por los modelos físicos utilizados para derivar el índice, [31].

Las alternativas a estos dispositivos de medida del índice de refracción de líquidos encontradas en la literatura son bastante escasas. Algunos ejemplos basados en la formación y el análisis de imágenes se han presentado en la sección 2.2. En el caso del refractómetro de Jelley, se trata de un instrumento que opera bajo observación del ojo, y requeriría lentes adicionales para producir una imagen real sobre un detector, lo que complicaría el instrumento. En las técnicas más recientes no suele ser sencillo encontrar una expresión analítica directa entre la observación y el índice, y para su uso suelen requerir de un calibrado con líquidos conocidos. El método del patrón de sombra mencionado en la sección 2.2.3 tiene un error  $< 0.01$  en la medida del índice, precisión considerablemente inferior a la de un refractómetro comercial. Además, posee un rango de medida reducido, lo que limita sus aplicaciones. Este rango es aún menor en el caso del sistema basado en la lente de electrohumectación, explicado en la sección 2.2.5, aunque la precisión de este dispositivo era similar a la de los refractómetros disponibles en el mercado. El mecanismo de medida basado en el análisis de las imágenes producidas por una lente optofluídica de la sección 2.2.4 tampoco consigue una precisión mejor que la del refractómetro de Abbe, a pesar de ser un instrumento de complejidad considerable. Por último, los sistemas de medida de índice por formación de imagen requerirían una corrección del enfoque si han de ser utilizados para medir la dispersión, ya que al variar la longitud de onda cambia la posición de la imagen (aberración cromática longitudinal).

A continuación se presenta un novedoso método de medida del índice de refracción, válido especialmente para líquidos, aunque con aplicaciones también en lentes semiesféricas de vidrio y otros sólidos transparentes tallados con esta forma. Este dispositivo permite la medida sencilla del índice

de refracción. La imagen se forma siempre en el mismo sitio, por lo que el sistema propuesto no exige mover ninguna pieza mecánica durante el proceso de realización de la medida. Su manejo y operación son simples, posibilitando la medida directa del índice a través del aumento de una imagen captada por una cámara. Como objeto se puede utilizar un pequeño orificio iluminado situado en el centro de curvatura de la lente semiesférica. En consecuencia, la imagen, y por tanto el aumento, puede ser analizada en tiempo real con un software convencional, capaz de contar el número de píxeles iluminados en una imagen.

## 4.2. Fundamento del método

La imagen de un objeto a través de un dioptrio esférico (superficie esférica de cambio de medio), en régimen paraxial, puede calcularse mediante el invariante de Abbe, [7, pág. 27]

$$n \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right) \quad (4.1)$$

donde  $n$  es el índice de refracción del primer medio,  $n'$  el índice del segundo y  $r$  el radio de curvatura de la lente. El objeto se encuentra en  $s$  y su imagen se forma en  $s'$ , ambas medidas tomadas desde el vértice del dioptrio (punto donde cambia el medio), considerándose que las distancias son negativas cuando se encuentran a la izquierda de dicho vértice y positivas a la derecha de este, siempre asumiendo que la luz entra al sistema desde la izquierda, [7, pág. 23]. El aumento lateral de la imagen viene dado por, [7, pág. 31]

$$\beta' = \frac{n s'}{n' s} \quad (4.2)$$

En el refractómetro de aumento, una cámara es la encargada de captar la imagen del objeto. La Fig. 4.1 muestra la formación de una imagen a través de la lente de una cámara, teniéndose que  $S$  es el objeto y  $S''$  es la imagen, es decir, la superficie sobre la CCD con la que se miden los píxeles. El índice del medio es el del aire,  $n' = n_{\text{aire}}$ .

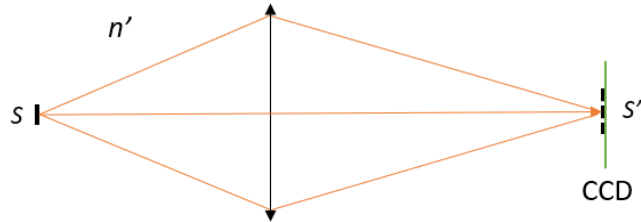


Figura 4.1: Esquema de la formación de la imagen a través de la lente de una cámara.

Para realizar los cálculos asociados al fundamento del refractómetro de aumento, consideraremos en primer lugar que el dioptrio esférico es una lente semiesférica de radio  $r$  e índice  $n$ , de forma que el objeto se encuentra sobre el centro de curvatura de la lente (Fig. 4.2). De acuerdo con la Ec. 4.1 la imagen se forma en  $s' = r = s$  (se han tomado valores absolutos al ser todas las distancias negativas de acuerdo con el criterio adoptado) y el aumento lateral es  $\beta' = n/n'$ . Es decir, la imagen virtual está en el mismo plano que el objeto y es de mayor tamaño. Considerando que el medio que rodea la lente es aire, y aproximando su índice por  $n' = n_{\text{aire}} \approx 1$ , se tiene que el aumento es  $\beta' = n$ , es decir, el índice de la lente semiesférica. (No es necesario tomar  $n' = 1$ , lo hacemos por simplicidad, pero llegado el momento y conocida la precisión del método, se puede sustituir, si fuera necesario, por otro valor como 1.00029 para las condiciones habituales, [5, pág. 77]). Esa imagen virtual constituirá el objeto para una cámara fija, que formará su imagen sobre una CCD situada siempre en la misma posición, y por tanto de aumento fijo. En consecuencia, llamando  $N_V$  y  $N_0$  al número de píxeles

de la imagen del objeto con o sin lente semiesférica, respectivamente, el valor  $\sqrt{\frac{N_V}{N_0}}$  corresponderá exclusivamente al aumento producido por el dioptrio, de modo que  $n = \sqrt{\frac{N_V}{N_0}}$ .

En la Fig. 4.2 se muestra un esquema de la formación de la imagen de un objeto  $S$  primero a través de la lente semiesférica,  $S'$ , y, posteriormente, la captura de esa imagen (virtual y aumentada) por la cámara,  $S''$ , (al igual que en la Fig. 4.1, solo que en este caso con la semiesfera).

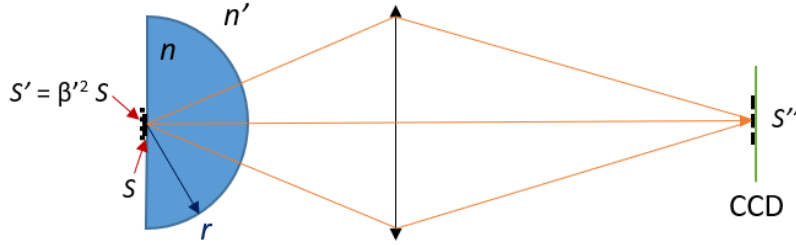


Figura 4.2: Esquema de la formación de la imagen a través de una lente semiesférica y su captura por la cámara.

Para el caso de un líquido, la medida de su índice de refracción  $n$  se realiza haciendo que el líquido ocupe el espacio interior de un *dome* de vidrio (cúpula hueca transparente) de índice  $n_V$ . La expresión del aumento se calcula aplicando dos veces el invariante de Abbe, como corresponde a las dos paredes del *dome*. Observando la Fig. 4.3 puede verse que el primer aumento debido al cambio de medio  $n \rightarrow n_V$  es  $\beta'_1 = n/n_V$ , mientras que el segundo aumento debido al cambio de medio  $n_V \rightarrow n'$  es  $\beta'_2 = n_V/n' = n_V$ , donde se ha tomado  $n' = n_{aire} \approx 1$ . Por tanto, la expresión del aumento total viene dada por [5, pág. 180]

$$\beta' = \beta'_1 \cdot \beta'_2 = n \quad (4.3)$$

A su vez, el aumento lateral se puede relacionar con el área de las imágenes tomadas por la cámara fija con y sin el conjunto *dome*+líquido, área que es proporcional al número de píxeles iluminados con y sin [*dome*+líquido],  $N_L$  y  $N_0$  respectivamente, y también proporcional a  $\beta'^2$ . Por tanto, podemos escribir  $\beta' = \sqrt{\frac{N_L}{N_0}}$ .

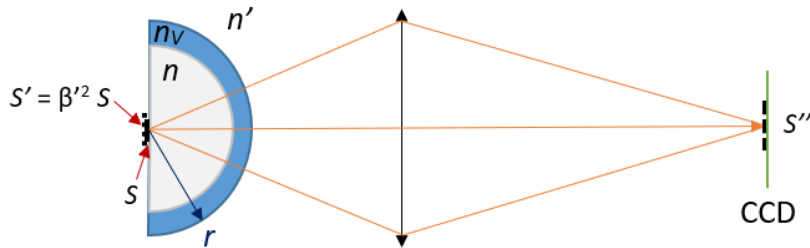


Figura 4.3: Esquema de la formación de la imagen a través de un *dome* de vidrio con líquido en su interior y su captura por la cámara.

También puede calcularse el aumento relativo correspondiente a la situación en la que el *dome* está fijo y sólo varía su contenido en líquido. Este aumento relativo viene dado por la expresión  $\beta'_{rel} = n = \sqrt{\frac{N_L}{N_V}}$ , que compara el número de píxeles de la imagen del objeto cuando se ubica el *dome* con líquido,  $N_L$ , y cuando el *dome* contiene aire en su interior,  $N_V$ .

En conclusión, mediante este procedimiento de formación de imágenes, el aumento (medible directamente partir del número de píxeles en la imagen con y sin semiesfera) se relaciona directamente

con el índice de la lente semiesférica de vidrio o con el índice del líquido en el interior del *dome* de vidrio (o más exactamente con el ratio de ese índice y el índice del aire).

### 4.3. Dispositivo experimental

La Fig. 4.4 muestra el esquema de un refractómetro de aumento, tal como se podría montar en el laboratorio para estudiar líquidos sin necesidad de diseñar compartimentos estancos. El dispositivo está formado por dos espejos planos inclinados, paralelos entre sí y formando  $45^\circ$  (periscopio) entre los cuales se ubica la lente semiesférica. Esta lente puede ser la lente sólida de vidrio o un material transparente con esa forma en la parte próxima al eje óptico del sistema. También puede tratarse de un *dome*, o cúpula transparente semiesférica, en cuyo interior se encuentra el líquido cuyo índice se desea medir. A continuación de la lente es aconsejable colocar un diafragma, así se trabaja en la zona paraxial, lo que minimiza las aberraciones (luego veremos que en esta configuración, este diafragma no es tan importante como en principio podría parecer). El objeto puede ser un orificio circular situado en el centro de curvatura de la lente, o del *dome*, y la imagen de dicho objeto, dada por el *dome*, se sitúa en la misma posición que el objeto. Finalmente, una cámara formará una imagen real de dicho orificio, tanto para el caso en que no haya semiesfera (o no haya líquido, si se trata de un *dome*) como en el caso en que coloquemos la semiesfera (o el líquido en el *dome*). La comparación de ambas situaciones (cociente de áreas) permite obtener el aumento, y por tanto el índice del vidrio (o del líquido contenido en el *dome*).

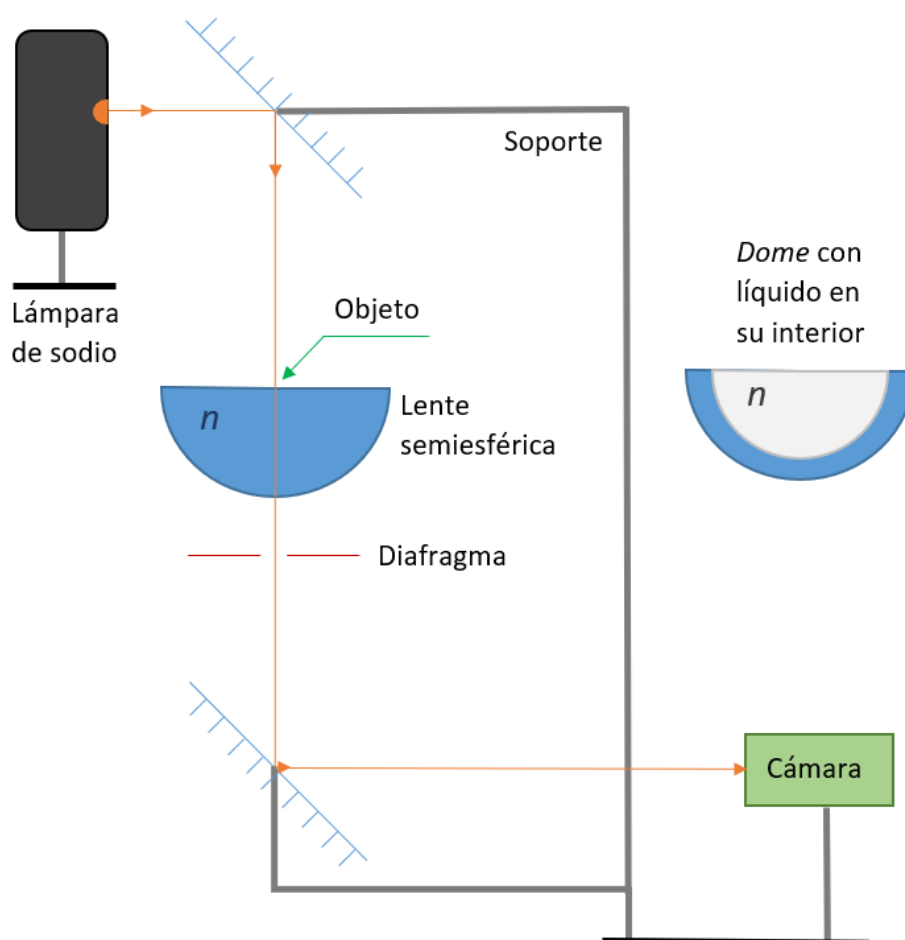


Figura 4.4: Esquema del refractómetro de aumento.

En cuanto a la fuente de luz utilizada existen varias posibilidades, en función del tipo de estudio que se quiera realizar. Una buena propuesta de partida sería una lámpara de sodio ( $\lambda_D = 589.3 \text{ nm}$ ), que presenta las ventajas de proporcionar una luz difusa y monocromática en una longitud de onda central, y muy representativa, del espectro visible. En la Fig. 4.4 se incluye como fuente de iluminación del sistema una lámpara espectral de sodio. Otra posibilidad es utilizar un láser junto con un difusor próximo al objeto, o una fuente de diodo (LED). De esta manera también podemos tener una luz monocromática, potente espectralmente. Con distintas fuentes sería posible seleccionar diferentes longitudes de onda también y hacer un estudio de la dispersión del material (determinación del número de Abbe, por ejemplo).

En la Fig. 4.5 se muestra un esquema en detalle de la posición del objeto sobre la lente, la forma que podría tener ese objeto (o ‘pinhole’),  $S$ , y cómo se forma su imagen virtual sobre sí misma,  $S'$ , y posteriormente su imagen real,  $S''$ , que es captada por la cámara, lo que permite su análisis mediante el software de un ordenador conectado a la misma.

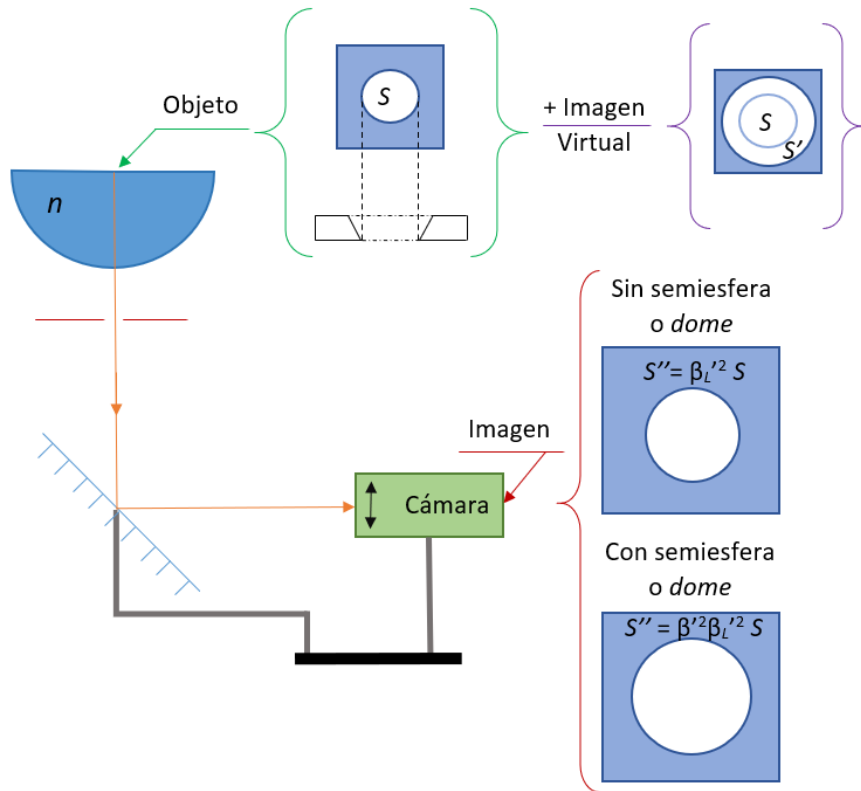


Figura 4.5: Esquema detallado de la formación de la imagen del objeto a través de la lente y su captura por la cámara, sin y con semiesfera o *dome*.

En una medida como la que se propone, los errores de fabricación de la semiesfera o *dome* y los errores de alineamiento implicarán un error en la medida del índice, que será evaluado más adelante. En el caso del *dome* de vidrio hay un aspecto que merece una consideración particular, como es el hecho de que se fabriquen habitualmente con ‘defecto de altura’,  $\delta$ . Esto facilita su uso como protector de cámaras; sin embargo, para nuestra aplicación supone un problema que requiere un análisis específico. En la Fig. 4.6 se ilustra este problema del defecto de altura. Se ha sombreado en color verde lo que le falta al espesor para igualar al radio de curvatura,  $r_V$ , (defecto). Este problema puede abordarse de varias formas. La primera de ellas consiste en tener en cuenta directamente el

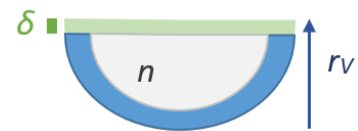


Figura 4.6: Esquema del defecto de altura del *dome*.

error cometido debido a este defecto. También existe la posibilidad, desde el punto de vista experimental, de utilizar una lámina cuyo espesor sea igual al defecto de altura del *dome*, lo cual puede hacerse porque las dimensiones del *dome* vienen bien caracterizadas. Esta lámina tendría un orificio en su parte central para permitir el ascenso del líquido hasta su parte superior y entrar en contacto con el objeto propiamente dicho. En este caso el propio orificio de la lámina, tallado adecuadamente, podría hacer las veces de objeto. En el apartado siguiente se presenta el cálculo del error, en dos situaciones bien diferenciadas, que se cometería al ignorar esta cuestión del defecto de altura en el *dome*.

#### 4.4. Influencia del defecto de altura del *dome* en la medida del índice de líquidos

La influencia del error de posicionamiento del objeto debido al defecto de altura del *dome*, o a cualquier otra causa que empeore la calidad del alineamiento, puede mostrarse por medio de dos cálculos, que representan dos errores posibles a la hora de operar. En primer lugar, poniendo el objeto en su sitio y dejando que el defecto sea una capa de aire, y en segundo lugar colocando el objeto en el límite del *dome* (como si no supiésemos que hay tal defecto) y en contacto con el líquido, de forma que solo hay dos dioptrios, pero el objeto no está en el centro de curvatura. A continuación se detallan ambas situaciones y el error relativo asociado a distintos valores del defecto de altura del *dome* cuando se introducen diferentes líquidos en su interior en cada caso.

##### 4.4.1. Objeto en el centro sin contacto con el líquido

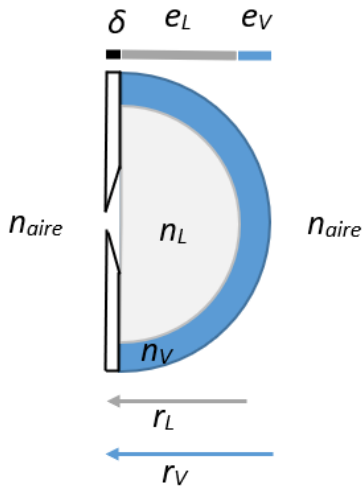


Figura 4.7: Esquema del defecto de altura del *dome*, que muestra que el objeto no está en contacto con el líquido, sino con una capa de aire.

Se presenta el cálculo si el objeto está colocado en el centro de curvatura del *dome* pero no en contacto con el líquido, siendo el defecto de altura una capa de aire. La Fig. 4.7 muestra los tres cambios de medio que deben tenerse en cuenta al calcular la nueva expresión del aumento considerando el defecto de altura del *dome*:

1. El dioptrio plano  $n_{aire} \rightarrow n_L$ . La posición del objeto es  $s_1 = \delta$ . El aumento es  $\beta'_1 = 1$ . La posición de la imagen es  $s'_1 = \frac{n_L}{n_{aire}}\delta$ , [7, pág. 27].
2. El dioptrio esférico  $n_L \rightarrow n_V$ . La posición del objeto es  $s_2 = s'_1 + e_L$ . La posición de la imagen viene dada por  $s'_2 = \frac{1}{\frac{1}{r_L} - \frac{n_L}{n_V}(\frac{1}{r_L} - \frac{1}{a})}$ , donde  $a = r_L + \delta \left( \frac{n_L}{n_{aire}} - 1 \right)$ . El aumento es  $\beta'_2 = \frac{n_L s'_2}{n_V a}$ .
3. El dioptrio esférico  $n_V \rightarrow n_{aire}$ . La posición del objeto es  $s_3 = s'_2 + e_V = s'_2 + r_V - r_L$ . La posición de la imagen viene dada por  $s'_3 = \frac{1}{\frac{1}{r_V} - \frac{n_V}{n_{aire}}(\frac{1}{r_V} - \frac{1}{b})}$ , donde  $b = \frac{1}{\frac{1}{r_L} - \frac{n_L}{n_V}(\frac{1}{r_L} - \frac{1}{a})} + r_V - r_L$ . El aumento es  $\beta'_3 = \frac{n_V s'_3}{n_{aire} b}$ .

Finalmente, el aumento total viene dado por

$$\begin{aligned} \beta' &= \beta'_1 \cdot \beta'_2 \cdot \beta'_3 \\ &= \frac{n_L}{n_{aire}} \frac{1}{\frac{1}{r_L} - \frac{n_L}{n_V} \left( \frac{1}{r_L} - \frac{1}{a} \right)} \frac{1}{a} \frac{1}{\frac{1}{r_V} - \frac{n_V}{n_{aire}} \left( \frac{1}{r_V} - \frac{1}{b} \right)} \frac{1}{b} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Si se calcula el límite para  $\delta \rightarrow 0$ , se obtiene el valor del aumento dado por la Ec. 4.3 (tomando  $n_{aire} \approx 1$  y  $n_L = n$ ).

A continuación se recogen en la Tab. 4.1 los cálculos del error relativo que introduce el defecto de altura  $\delta$  del *dome* cuando el objeto está situado en su centro de curvatura en contacto con una capa de aire y distintos líquidos ocupan el espacio interior del *dome* de vidrio, siendo la longitud de onda  $\lambda_D = 589.3$  nm. Los valores de los parámetros descritos en la Fig. 4.7 que se han tomado para calcular dicho error relativo son  $n_L = n$  (segunda columna de la Tab. 4.1),  $n_V = 1.5167$  (vidrio BK7, [55]),  $n_{aire} \approx 1$ . El defecto de altura asociado a un *dome* de vidrio ( $r_V = 25$  mm y  $r_L = 23$  mm) es  $\delta = 2$  mm, [56]. En la Tab. 4.1 se ha calculado el error relativo también para  $\delta = 0.02$  mm (error de micrómetro) y  $\delta = 0.2$  mm (error de alineamiento).

Líquido	$n$	$E_r$ ( $\delta = 0.02$ mm)	$E_r$ ( $\delta = 0.2$ mm)	$E_r$ ( $\delta = 2$ mm)
Agua	1.333	0.009 %	0.09 %	0.9 %
Etanol, [57]	1.3616	0.010 %	0.10 %	1.0 %
Aceite vegetal transparente	1.4623	0.017 %	0.17 %	1.7 %
Glicerina, [58]	1.4722	0.018 %	0.18 %	1.8 %

Tabla 4.1: Error relativo,  $E_r$  (en %), introducido por el defecto de altura  $\delta$  (en mm) del *dome* considerando diferentes líquidos de índice  $n$  en el interior de dicho *dome* ( $\lambda_D = 589.3$  nm). El objeto está situado en el centro de curvatura y en contacto con una capa de aire.

Las conclusiones que se extraen de esta sección son:

1. Para valores pequeños de  $\delta$  el error relativo aumenta de forma aproximadamente lineal con  $\delta$ .
2. En el caso del defecto de altura de 2 mm (que es un valor real) resulta muy conveniente “rellenar” el gap de aire con líquido, lo cual reduce considerablemente el error.

#### 4.4.2. Objeto en contacto con el líquido y desplazado del centro

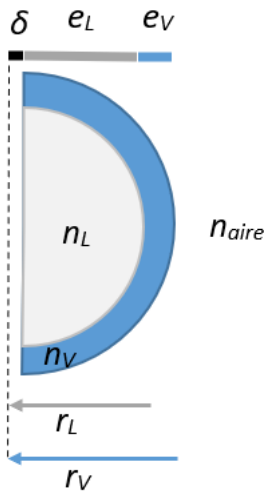


Figura 4.8: Esquema del defecto de altura del *dome* cuando el objeto está en contacto con el líquido.

Se explica el cálculo en la situación en la cual el objeto está colocado en contacto con el líquido, pero desplazado del centro de curvatura como consecuencia del defecto de altura del *dome*. La Fig. 4.8 muestra los dos cambios de medio que deben considerarse al hallar la nueva expresión del aumento si el objeto está en contacto con el líquido pero separado una distancia  $\delta$  del centro de curvatura del *dome*. Aplicando la expresión del invariante de Abbe a cada cambio de medio se tiene:

1. El dioptrio esférico  $n_L \rightarrow n_V$ . La posición del objeto viene dada por  $s_1 = r_L - \delta$ . La posición de la imagen es  $s'_1 = \frac{r_L}{1 + \frac{n_L}{n_V} \frac{\delta}{r_L - \delta}}$ . El aumento es  $\beta'_1 = \frac{n_L}{n_V} \frac{r_L}{r_L + \delta \left( \frac{n_L}{n_V} - 1 \right)}$ .

2. El dioptrio esférico  $n_V \rightarrow n_{aire}$ . La posición del objeto viene dada por  $s_2 = s'_1 + e_V = s'_1 + r_V - r_L$ . La posición de la imagen es  $s'_2 = \frac{1}{\frac{1}{r_V} - \frac{n_V}{n_{aire}} \left( \frac{1}{r_V} - \frac{1}{r_V - \frac{n_V}{n_L} \frac{r_L - \delta}{\delta} + 1 \right) + \frac{n_V}{n_{aire}}}$ . El aumento es  $\beta'_2 = \frac{n_V}{n_{aire}} \frac{1}{\left[ 1 - \frac{r_L}{r_V} \left( \frac{1}{\frac{n_V}{n_L} \frac{r_L - \delta}{\delta} + 1 \right) \right] \left( 1 - \frac{n_V}{n_{aire}} \right) + \frac{n_V}{n_{aire}}}$ .



Por tanto, la expresión del aumento total viene dada por

$$\beta' = \beta'_1 \cdot \beta'_2 = \frac{n_L}{n_{aire}} \frac{r_L}{r_L + \delta \left( \frac{n_L}{n_V} - 1 \right)} \frac{1}{\left[ 1 - \frac{r_L}{r_V} \frac{1}{\frac{n_V}{n_L} \frac{r_L - \delta}{\delta} + 1} \right] \left( 1 - \frac{n_V}{n_{aire}} \right) + \frac{n_V}{n_{aire}}} \quad (4.5)$$

Al igual que en el apartado anterior, si se hace el límite para  $\delta \rightarrow 0$ , se obtiene el valor del aumento dado por la Ec. 4.3.

La Tab. 4.2 muestra los cálculos del error relativo que introduce el defecto de altura  $\delta$  del *dome* cuando el objeto está en contacto con el líquido y desplazado del centro de curvatura, para lo cual se han considerado distintos líquidos que ocupan el espacio interior del *dome*, siendo la longitud de onda  $\lambda_D = 589.3$  nm. Los valores de los parámetros descritos en la Fig. 4.8 que se han tomado para cuantificar dicho error relativo son los mismos que los especificados en el apartado anterior. De la misma manera que en la Tab. 4.1, se ha calculado el error relativo asociado no solo al defecto de altura del *dome*  $\delta = 2$  mm, sino también a un defecto de altura  $\delta = 0.02$  mm (error de micrómetro) y  $\delta = 0.2$  mm (error de alineamiento).

Líquido	$n$	$E_r$ ( $\delta = 0.02$ mm)	$E_r$ ( $\delta = 0.2$ mm)	$E_r$ ( $\delta = 2$ mm)
Agua	1.333	0.03 %	0.3 %	3 %
Etanol	1.3616	0.03 %	0.3 %	3 %
Aceite vegetal transparente	1.4623	0.04 %	0.4 %	4 %
Glicerina	1.4722	0.04 %	0.4 %	4 %

Tabla 4.2: Error relativo,  $E_r$  (en %), introducido por el defecto de altura  $\delta$  (en mm) del *dome* considerando diferentes líquidos de índice  $n$  en el interior de dicho *dome* ( $\lambda_D = 589.3$  nm). El objeto está en contacto con el líquido pero desplazado del centro de curvatura.

Los resultados de la Tab. 4.2 permiten deducir que

1. El error relativo es aproximadamente lineal con  $\delta$ , si  $\delta$  es pequeño.
2. Ignorar el defecto de altura produce un error intolerable.
3. El error cometido al desplazar el objeto para llevarlo hasta el líquido es mayor que si el objeto se separa del líquido para colocarlo en el centro de curvatura. Es decir, para un mismo valor de  $\delta$ , el descentrado afecta más que un problema de llenado del líquido.

#### 4.5. Simulación

Además del sistema semiesférico, existe un sistema formador de imagen cuyo comportamiento es crucial para conocer la precisión y fiabilidad del método. En esta sección vamos a examinar su influencia mediante una simulación.

La cámara disponible para realizar el experimento real (una ‘prueba de concepto’) es una Reti-ga de 12 bits, esto es, 4096 niveles de discretización. Para la simulación se estableció la intensidad máxima en  $I_0 = 4000$  (correspondiente a un píxel con iluminación plena, perteneciente a la imagen del objeto iluminado). Se consideró además un píxel de lado  $l = 5$   $\mu$ m. La apertura numérica de una cámara se define como  $AN = \frac{f'}{D}$ , donde  $f'$  es la distancia focal de la lente y  $D$  es el diámetro de apertura. Se tomó un valor de la focal típico,  $f' = 30$  mm, y una apertura numérica  $AN = 2.8$  (se utilizan estos valores en los cálculos de la difracción explicados más adelante). La simulación se llevó a cabo inicialmente para el caso ideal, suponiendo que en el dispositivo real el sistema es

de calidad y las aberraciones se encuentran corregidas. A continuación, se simuló una situación más realista, evaluando el efecto de la difracción y analizando la robustez del sistema ante defectos de posicionamiento del objeto (desenfoque), así como la influencia de la aberración cromática y la tolerancia a la distorsión. En cuanto a la propia lente semiesférica, un diafragma limita el funcionamiento a la zona paraxial, donde el comportamiento se puede considerar perfecto (en la práctica, la propia apertura de la cámara ejercería esta función, pero se representa de forma explícita por claridad).

El procedimiento seguido ha consistido en muestrear, utilizando el software MATLAB, la imagen perfectamente enfocada de un orificio circular cuyo radio es  $r_0$  y su centro coincide con el centro del sensor. El tamaño del objeto,  $r_0$ , debe ser conocido con precisión, bien por especificaciones del fabricante o por calibración propia. El radio del orificio circular en la imagen virtual (que posteriormente es captada por la cámara) se denomina  $r'_0$ . A continuación se explica la formación de la imagen en la CCD a través de la lente de la cámara.

La fórmula gaussiana de las lentes delgadas (considerando que el medio externo donde se encuentra la lente es aire,  $n_{aire} \approx 1$ ) viene dada por, [27, pág. 6]

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'} \quad (4.6)$$

donde  $a$  y  $a'$  son las distancias del objeto y la imagen, respectivamente, al origen situado en el centro de la lente. Según el criterio de signos aquí adoptado las distancias son negativas cuando se encuentran a la izquierda de la lente y positivas a la derecha de esta (la luz entra al sistema por la izquierda), [7, pág. 23].

La razón entre las dimensiones laterales de la imagen final formada por el sistema óptico y la correspondiente dimensión del objeto se define como el aumento lateral del sistema, esto es, [7, pág. 43]

$$\beta'_L = \frac{a'}{a} \quad (4.7)$$

donde el subíndice  $L$  especifica que este aumento lo introduce la lente convergente de la cámara (no confundir con el aumento lateral debido a la lente semiesférica o el *dome*). El aumento de la cámara puede determinarse por medio de un experimento “de validación”, que nos daría una medida orientativa del mismo (con un orificio bien calibrado), útil para buscar el aumento que necesitamos para aprovechar al máximo el rango dinámico del sensor o para conocer el error si hay un desenfoque.

Puesto que queremos saber el número de píxeles iluminados, vamos a tener que trabajar con el histograma de intensidades, de modo que podamos establecer en él un umbral que nos permita hacer el recuento de los mismos. Para la situación ideal -imagen perfecta- el procedimiento de recuento es sencillo y sólo cometeremos un error “de redondeo” debido a la discretización de la imagen en píxeles. En primer lugar se calcula la distancia del centro del píxel al centro de la imagen,  $d$ , pudiendo darse tres casos:

- Si  $d > r'_0 + s$ , donde  $s$  es la semidiagonal del píxel ( $s = \sqrt{l^2 + l^2}/2$ ), entonces el píxel se encuentra fuera de la imagen del orificio circular, por lo que su intensidad correspondiente es mínima, es decir, cero.
- Si  $d < r'_0 - s$  el píxel está dentro de la imagen del orificio, en consecuencia, se le asigna la intensidad máxima,  $I_0$ .
- En el resto de casos, se calcula la intersección, asignándose a cada píxel la intensidad correspondiente a  $\frac{I_0}{2s}(r'_0 + s - d)$ .

El histograma de intensidades obtenido para una imagen perfecta es lógicamente bimodal (picos en 0 y 4000) con poca población intermedia asociada a los píxeles del contorno. El umbral de intensidad necesario para considerar un píxel iluminado se estableció en  $I_{th} = I_0/2$ , y el recuento total ofrece el

número total de píxeles iluminados,  $N$  (con el respectivo subíndice según si hay líquido en el *dome*,  $L$ , o no,  $V$ ), cuya relación con el aumento relativo es  $\beta'_{rel} = \sqrt{\frac{N_L}{N_V}} = \frac{r'_0}{r_0}$ .

Para conocer la precisión del método esperable en estas condiciones ideales, vamos a estimar el error relativo del cálculo de  $N_L$  ó  $N_V$  para el *dome* con líquido en su espacio interior (el error relativo para la lente semiesférica se determina de forma análoga). El error relativo tanto de  $N_L$  como  $N_V$  viene dado por la diferencia entre este valor (discreto) y el valor del área ‘en píxeles’, o  $N_A = \pi r_0'^2 \beta_L'^2 / l^2$ , dividido por dicho valor de  $N_A$ . Si llevamos este error relativo a la expresión propuesta para el índice y hacemos propagación de errores se obtiene:

$$\frac{\delta n}{n} = \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{N_{A_L} - N_L}{N_{A_L}} \right)^2 + \left( \frac{N_{A_V} - N_V}{N_{A_V}} \right)^2} \quad (4.8)$$

El primer paso hacia el estudio del comportamiento real de un sistema será considerar el efecto de la difracción. El elemento difractor del refractómetro de aumento es la apertura de la cámara, con diámetro  $D$ . La posición angular del primer mínimo de difracción viene dada por

$$\sin \theta_m = 1.22 \frac{\lambda}{D} = \rho_m / f' \quad (4.9)$$

donde  $\rho_m$  es el radio del primer mínimo de la mancha de Airy y  $\lambda$  la longitud de onda del haz de luz que llega a la cámara. En la simulación compararemos el diámetro del primer mínimo de la mancha de Airy,  $2\rho_m$ , con el valor del lado del píxel,  $l$ .

El siguiente paso en la simulación de un histograma-imagen más realista será la inclusión de otros aspectos que empeoran la calidad de la imagen. En primer lugar está el desenfoque. Se ha considerado un desenfoque gaussiano, con diferentes anchuras en píxeles correspondientes al desplazamiento horizontal del objeto alejándose de la lente semiesférica de vidrio. A continuación, se ha estudiado la influencia de la aberración cromática en la medida de la cromática de la lente problema, esto es, la medida del índice problema con la longitud de onda. Para ello, se elige tanto un vidrio (BK7) como un líquido (etanol) y se analiza la variación del índice  $n$  en el espectro, así como la precisión esperable del refractómetro de aumento en la medida del número de Abbe (en la situación ideal). Por último, se ha simulado la aberración potencialmente más dañina para este método: la aberración de distorsión. Dando un valor de la misma de un 1 % que se alcanza en los vértices de la imagen se examina su efecto sobre la medida del índice. La siguiente sección presenta los resultados obtenidos. En el Apéndice C se recoge el código del programa MATLAB escrito para llevar a cabo la simulación.

## 4.6. Resultados

Los resultados de la simulación que se presentan aquí pretender analizar i) el funcionamiento en el caso ideal, ii) la robustez del método ante el desenfoque, y iii) el efecto de las aberraciones cromática y de distorsión.

Es importante comentar que los problemas analizados en esta sección son sistemáticos, y que por lo tanto se podrían solucionar, llegado el caso, calibrando el sistema, es decir, obteniendo la curva de calibrado con un set de líquidos test, lo que permite determinar el algoritmo para corregir el instrumento.

### 4.6.1. Funcionamiento del refractómetro de aumento en el caso ideal

A continuación se presentan dos ejemplos que ilustran el funcionamiento del refractómetro de aumento en la situación ideal, con las aberraciones corregidas y sin tener en cuenta la existencia de ruido en la señal de los píxeles o la presencia de luz de fondo. El primer ejemplo muestra el funcionamiento con el *dome*, mientras que el segundo con la lente semiesférica. En ambas situaciones, se constató que la difracción era despreciable, ya que el radio del primer mínimo en ningún caso

era mayor que la mitad del lado del píxel, por lo que la difracción no influía en los resultados que se presentan. Se tomó  $r_0 = 0.5$  mm (este valor se utilizó en los cálculos que se presentan en los apartados que siguen a menos que se indique lo contrario) y el aumento de la cámara  $\beta'_L = -10$ .

Se ha simulado el funcionamiento del refractómetro de aumento para el caso concreto de que el *dome* contenga agua en su interior ( $n_{agua} = 1.333$  para la longitud de onda  $\lambda_D = 589.3$  nm y la temperatura  $T = 20^\circ\text{C}$ ). En primer lugar, se calculó  $N_L$  y  $N_{A_L}$  para el *dome* con líquido, obteniéndose los valores  $N_L = 5582308$  px y  $N_{A_L} \approx 5582261$  px. Después, se repitió la simulación para el *dome* con aire en su interior,  $n_{aire} \approx 1$ , obteniéndose que  $N_V = 3141676$  px y  $N_{A_V} \approx 3141593$  px. Por tanto, se tiene que  $n = \beta'_{rel} = \sqrt{\frac{N_L}{N_V}} = 1.332988$  y su error relativo, de acuerdo con la Ec. 4.8, es del orden de  $1.4 \cdot 10^{-5}$ , lo que lleva al valor final  $n = (1.332988 \pm 0.000019)$ .

Asimismo, se ha simulado el funcionamiento del refractómetro de aumento para la lente semiesférica de vidrio, N-BK7 ( $n = 1.5167$  para la longitud de onda  $\lambda_D = 589.3$  nm y la temperatura  $T = 20^\circ\text{C}$ , [55]). El número de píxeles en la imagen del orificio circular cuando se encontraba la lente semiesférica era  $N_V = 7226792$  px y  $N_{A_V} \approx 7226853$  px. Retirando la lente se obtuvo que el número de píxeles en este caso era  $N_0 = 3141676$  px y  $N_{A_0} \approx 3141593$  px. En consecuencia, se tiene que  $n = \beta' = \sqrt{\frac{N_V}{N_0}} = 1.51667$  y su error relativo, de acuerdo con la Ec. 4.8 (sustituyendo el subíndice  $L$  por  $0$ ), también es del orden de  $1.4 \cdot 10^{-5}$ , lo que conduce al resultado final  $n = (1.51667 \pm 0.00002)$ .

El valor de estos errores tiene que interpretarse como el límite de precisión alcanzable por el método, así como de la sensibilidad del mismo, una vez calibrado el sistema y establecida su  $I_{th}$ . Para otros parámetros del sistema (aumento, número píxeles...) el método podría proporcionar valores aún mayores de sensibilidad.

#### 4.6.2. Robustez del sistema

El análisis de la robustez del sistema se ha realizado en base a la apertura, el tamaño de la imagen (relacionado con el tamaño del objeto) y la posición del objeto (enfoque). En este análisis se consideró la situación en la cual el objeto se encontraba desplazado del centro de curvatura de la lente semiesférica de vidrio en dirección horizontal, calculando lo que sucedía con el desenfoque.

El papel de la apertura de la cámara tiene una importancia que cabe resaltar, dado que si se emplea una apertura grande los efectos de la difracción son despreciables, mientras que si la apertura es pequeña se consigue gran profundidad de foco y, por tanto, menor desenfoque. Esto nos lleva a buscar un compromiso entre ambas situaciones para conseguir el funcionamiento óptimo del sistema.

Con el fin de preservar la paraxialidad del sistema, es decir, evitar trabajar con campos muy grandes, se estableció que el aumento de la lente era  $\beta'_L = \frac{y'}{y} = -10$ . Sin pérdida de generalidad, se realizó el cálculo para un diámetro de la imagen virtual del orificio circular  $y = 1$  mm, teniéndose que el tamaño de la imagen captada por la CCD es  $y' = -10$  mm. Teniendo en cuenta que los diámetros habituales de las CCDs son mayores que 15 mm, [59], se observa que esta situación es realista y la imagen estaría contenida dentro de la CCD. De acuerdo con las Ecs. 4.6 y 4.7, se calculó que para una focal  $f' = 30$  mm, la distancia objeto es  $a_0 = -33$  mm, y la distancia imagen  $a'_0 = 330$  mm (el subíndice  $0$  indica que no hay desenfoque), por lo que la lente está funcionando como proyector (o como objetivo ‘macro’ si hablamos de una cámara). Si se calcula el diámetro de apertura de la cámara,  $D = \frac{f'}{AN}$  (tomando  $AN = 2.8$ ), se tiene que  $D = 10.71$  mm. Este diafragma puede jugar el papel del diafragma que controla la paraxialidad de la lente semiesférica y que se representaba en las Fig. 4.4 y 4.5.

El ángulo con el eje óptico subtendido por los rayos que llegan desde la lente semiesférica al extremo superior del diafragma es aproximadamente  $9^\circ 13' 15''$ , lo cual es bastante paraxial. Asimismo, cabe destacar que una de las ventajas del diseño semiesférico del refractómetro de aumento es que el objeto en el centro de curvatura de la superficie semiesférica, que es objeto e imagen a la vez, es un

par de puntos de *Weierstrass* o de *Young* para dicha superficie (o lo que es lo mismo, uno es imagen perfecta del otro), [7, pág. 25]. Es decir, una apertura mayor que  $AN = 2.8$  no supondría un problema grave para el correcto funcionamiento del sistema, ya que objeto e imagen son pares de puntos estigmáticos. Este es un elemento más de la robustez del diseño del refractómetro de aumento.

En la sección 4.4.1 se evaluó qué sucedía si el objeto se encontraba desplazado ligeramente del centro de curvatura del *dome* de vidrio, alejándose de este en dirección horizontal hacia la izquierda (Fig. 4.2). Realizando un cálculo análogo para nuestra situación, se llega a que el aumento total del sistema en este caso viene dado por

$$\beta'_\delta = \frac{n_V}{n_{aire}} \frac{r}{r + \delta \frac{n_V}{n_{aire}} \left(1 - \frac{n_V}{n_{aire}}\right)} \quad (4.10)$$

donde  $\delta$  es la distancia que se aleja horizontalmente el objeto del centro de la lente semiesférica, de radio  $r$ . La posición de la imagen virtual es

$$s'_2 = \frac{r}{1 - \left(\frac{n_V}{n_{aire}}\right)^2 \frac{\delta}{\delta \frac{n_V}{n_{aire}} + r}} \quad (4.11)$$

medida desde el vértice del dioptrio (punto donde cambia el medio). A partir de esta posición, se calculó la nueva distancia del objeto al centro de la lente de la cámara,  $a = a_0 - (\delta_2 - r)$ , y, de acuerdo con las Ecs. 4.6 y 4.7, la posición de la imagen,  $a'$ , y el aumento lateral,  $\beta'_L$ , debido a la lente de la cámara. Con estos datos, se halló la semianchura de la gaussiana que simulaba el desenfoque,  $\sigma$ , es decir, la desviación estándar, cuyo valor (en píxeles) posteriormente se utilizó en el filtrado gaussiano de la imagen del orificio circular, [60]. La Fig. 4.9 muestra un esquema de la nueva posición de la imagen  $a'$  cuando el objeto está desenfocado. Se observa que al alejar el objeto hacia la izquierda, la imagen se forma antes del plano de la CCD (al igual que sucede en un ojo miope, en el cual los rayos luminosos procedentes de un objeto cercano convergen antes de llegar a la retina).

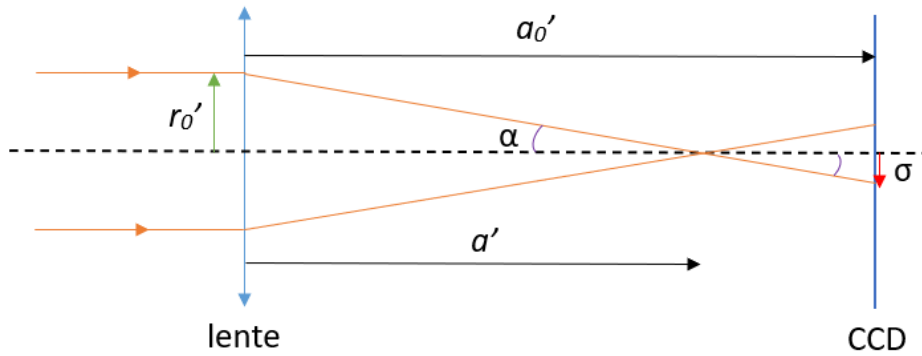


Figura 4.9: Esquema del efecto de desenfoque en la formación de la imagen en el plano de la CCD.

De acuerdo con la Fig. 4.9, se tiene que  $\tan \alpha = \frac{r'_0}{a'} = \frac{\sigma}{a'_0 - a'}$ , de donde se deduce que  $\sigma = \frac{a'_0 - a'}{a'} \cdot r'_0$  (en mm). Comparando con el valor del lado del píxel, se tiene que  $\sigma(\text{px}) = \sigma/l$ , que es la desviación estándar, medida en unidades de píxel, que se aplica en el filtro gaussiano de la imagen original del orificio circular sin desenfoque.

Los cálculos del desenfoque se han realizado, por simplicidad, para el caso concreto en el que la lente semiesférica de vidrio está ubicada en el refractómetro de aumento, con el objetivo de tener una referencia acerca del orden de magnitud del error que introduce dicho desenfoque en el sistema.

La lente semiesférica de vidrio tiene un radio  $r = 5$  mm y su índice es  $n_V = 1.5167$  (vidrio BK7), [61]. En la Tab. 4.3 se recogen los resultados de la simulación del desenfoque gaussiano

cuando el objeto ( $r_0 = 0.5$  mm) se desplazó una distancia  $\delta$  de la lente semiesférica de vidrio. Se mantuvo el valor de la intensidad umbral en  $I_{th} = I_0/2$ . El número de píxeles sin desenfoque se halló en la sección 4.6.1,  $N_V = 7226792$  px.

$\delta$ (mm)	$\beta'_\delta$	$\frac{ \beta'_{delta}-\beta' }{\beta'}$	$\beta'_L$	$\sigma$ (mm)	$\sigma$ (px)	$N_{V_\delta}$ (px)	$\frac{ N_{V_\delta}-N_V }{N_V}$
0.01	1.5191	0.0016	-9.9238	0.0053	1.06	7226784	$1.1 \cdot 10^{-6}$
0.1	1.541	0.016	-9.277	0.054	10.8	7226416	$5 \cdot 10^{-5}$
1	1.80	0.19	-5.24	0.69	137	7176832	0.007

Tabla 4.3: Resultados de la simulación del desenfoque gaussiano de la imagen del objeto cuando se encuentra alejado una distancia  $\delta$  del centro de curvatura de la lente semiesférica, calculándose el aumento producido por dicha lente,  $\beta'_\delta$ ; su error relativo,  $\frac{|\beta'_{delta}-\beta'|}{\beta'}$ , con respecto a la situación sin desenfoque; el aumento de la lente de la cámara,  $\beta'_L$ ; la desviación estándar,  $\sigma$ , que se aplicó en el filtro gaussiano y el número de píxeles en la imagen del objeto con desenfoque,  $N_{V_\delta}$ , así como su error relativo,  $\frac{|N_{V_\delta}-N_V|}{N_V}$ .

Si tomamos de la Tab. 4.3 el valor del desenfoque más realista,  $\delta = 0.1$  mm, se tiene que el error relativo en la medida del índice, según la Ec. 4.8 (sustituyendo el subíndice  $L$  por  $0$  y  $N_V$  por  $N_{V_\delta}$ ), es del orden de  $3 \cdot 10^{-5}$ , no muy lejos del óptimo que permite el sistema, lo que conduce a un valor final del índice  $n = (1.51663 \pm 0.00005)$ .

La Fig. 4.10 muestra (a) la imagen del orificio circular sin desenfocar y (b) después de aplicar a la imagen sin desenfoque el filtro gaussiano de anchura  $\sigma$  en píxeles para un desplazamiento del objeto  $\delta = 0.1$  mm, de acuerdo con la Tab. 4.3.

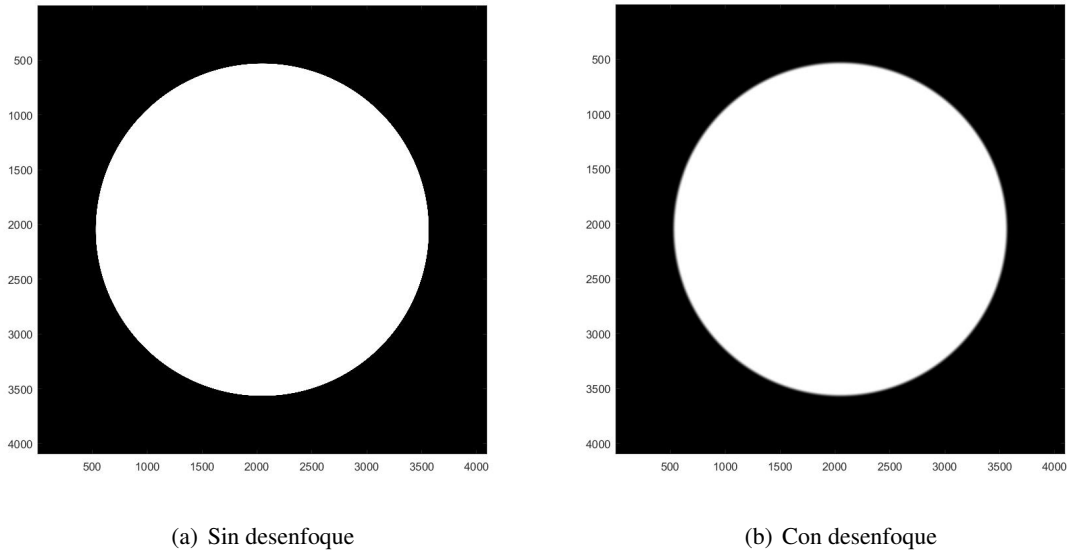


Figura 4.10: Simulación de las imágenes del orificio circular cuando está situada la lente semiesférica de vidrio en el refractómetro de aumento: (a) sin desenfocar y (b) con el desenfoque gaussiano correspondiente a un desplazamiento horizontal hacia la izquierda  $\delta = 0.1$  mm del objeto con respecto a la lente semiesférica.

La Fig. 4.11 muestra el histograma correspondiente a cada una de las imágenes (a) y (b) de la Fig. 4.10, respectivamente. Notar que se ha truncado el límite del eje de ordenadas en el valor  $3 \cdot 10^4$

con el propósito de apreciar mejor el efecto del desenfoque en el histograma de la imagen. El valor correspondiente al máximo sin truncar para cada histograma es aproximadamente (a)  $9.544 \cdot 10^6$  y (b)  $9.341 \cdot 10^6$ .

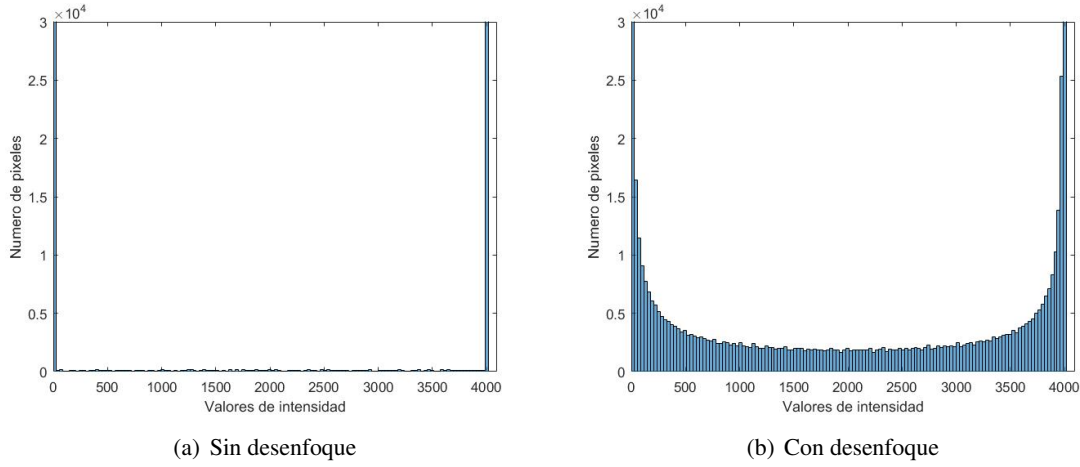


Figura 4.11: Simulación de los histogramas correspondientes a las imágenes del orificio circular cuando está situada la lente semiesférica de vidrio: (a) sin desenfoque y (b) con el desenfoque gaussiano correspondiente a un desplazamiento horizontal hacia la izquierda  $\delta = 0.1$  mm del objeto con respecto a la lente semiesférica.

#### 4.6.3. Influencia de la aberración cromática

La influencia de la cromática se ha calculado para una relación de *dispersión normal*. La medida de la dispersión y del número de Abbe con el refractómetro de aumento imponen la exigencia de que el resto del sistema formador de imagen (sin considerar la lente semiesférica o el líquido) sea apocromático. Es decir, la cámara del dispositivo experimental debe estar corregida de aberración cromática.

En cuanto a nuestro sistema problema, el diseño semiesférico presenta la gran ventaja de que solo produce aberración cromática de aumento (en la que estamos interesados) y no produce aberración cromática longitudinal (que nos crearía problemas de focalización). Esto hace que el refractómetro de aumento sea un instrumento especialmente indicado para medir curvas de dispersión de líquidos.

Por consiguiente, para analizar la dispersión basta con propagar el error conocido en la determinación del índice de refracción en la expresión del número de Abbe (Ec. 1.6), donde aparece el valor del índice para tres longitudes de onda diferentes (líneas espectrales  $d$ ,  $F$  y  $C$ ). Haciendo propagación de errores se tiene que

$$\frac{\delta V}{V} = \sqrt{\left(\frac{\delta n_d}{n_d - 1}\right)^2 + \frac{\delta n_F^2 + \delta n_C^2}{(n_F - n_C)^2}} \quad (4.12)$$

donde  $\delta V$  es el error asociado al número de Abbe, y  $\delta n_d$ ,  $\delta n_F$  y  $\delta n_C$  el error en la medida de los índices correspondientes a las líneas  $d$ ,  $F$  y  $C$ , respectivamente.

Para realizar este análisis, se consideró en primer lugar un vidrio crown BK7 (N-BK7 SCHOTT, [55]) y se estudió la variación del índice para dichas longitudes de onda de interés. A partir de esta información, se calculó si era posible evaluar el número de Abbe con un error tolerable para este vidrio. En la realización de los cálculos se consideró que el error relativo asociado a los índices  $n_d$ ,  $n_F$  y  $n_C$  era  $1.4 \cdot 10^{-5}$ , de acuerdo con los resultados obtenidos en la sección 4.6.1. El valor del número de Abbe fue  $V = 63.8 \pm 0.2$ , con un error relativo en torno al 0.3 %.

Seguidamente, el cálculo se realizó también para el etanol ( $C_2H_5(OH)$  Ethanol, [57]), teniendo en cuenta las mismas consideraciones relativas al error de los índices explicadas en el párrafo anterior. El valor del número de Abbe fue  $V = 59.3 \pm 0.3$ , con un error relativo en torno al 0.5 %.

Por tanto, en ambas situaciones se podría evaluar el número de Abbe utilizando el refractómetro de aumento con una precisión notablemente alta.

#### 4.6.4. Tolerancia a la distorsión

El error relativo del aumento, y por tanto también del índice, depende directamente del número de píxeles iluminados en la imagen. En consecuencia, si la imagen del orificio circular es muy pequeña, entonces la resolución es muy baja. Por contra, si la imagen es muy grande, entra más en juego la distorsión, o ligera variación del aumento según nos alejamos del eje. Esto quiere decir que para conseguir una buena resolución hay que limitar los efectos de la distorsión, o conocerlos para poder tenerlos en cuenta. Por esta razón, se muestra aquí la influencia de la distorsión en la medida del índice de refracción con el refractómetro de aumento.

La distorsión es una aberración óptica monocromática que aparece cuando el aumento de una imagen se modifica al aumentar el campo de visión, [27, pág. 60]. Es decir, el aumento lateral,  $\beta'$ , es una función de la distancia entre el punto imagen y el eje óptico, en lugar de ser una constante como sucede en la óptica paraxial. En ausencia de otras aberraciones, la distorsión se manifiesta como una deformación de la imagen en su conjunto, a pesar de que cada punto está bien enfocado, [5, págs. 277-278]. Puede ser de dos tipos:

- Distorsión de barril. El aumento en el eje óptico es mayor que el aumento fuera del eje.
- Distorsión de cojín. El aumento en el eje óptico es menor que el aumento fuera del eje.

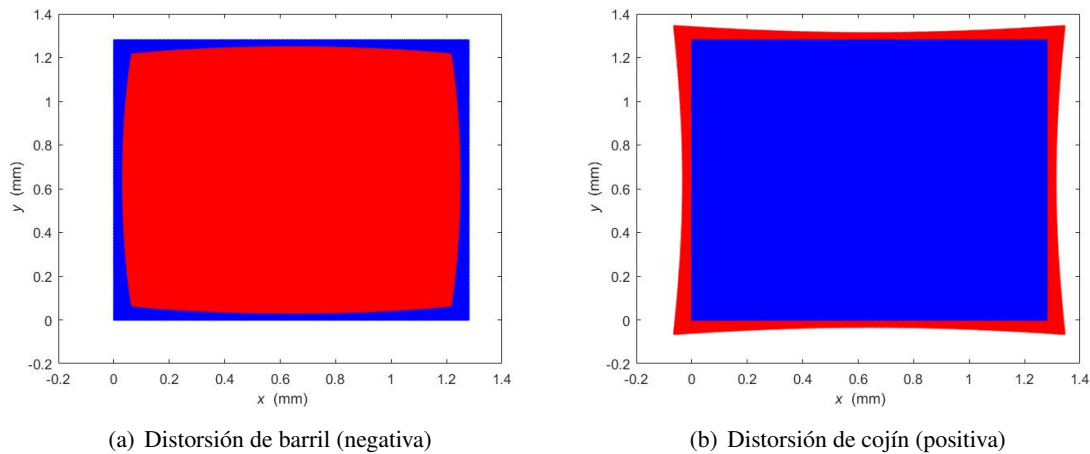


Figura 4.12: Representación gráfica de la posición del centro de cada píxel en una imagen de 8 bits (en azul la posición del centro del píxel sin distorsionar y en rojo distorsionado) para los dos tipos de distorsión: (a) de barril o negativa y (b) de cojín o positiva.

La Fig. 4.12 muestra la modificación de la posición del centro de cada píxel en presencia de los dos tipos de distorsión. Para ello, se ha dibujado en color azul la cuadrícula correspondiente a la posición del píxel sin distorsionar, mientras que en rojo aparece la nueva posición distorsionada (en mm). Las imágenes se han realizado utilizando el software MATLAB con un tamaño de cuadrícula de  $2^8 \times 2^8$ , esto es, una imagen de 8 bits. El motivo por el cual no se utilizó una imagen de 12 bits, al igual que en el resto de la simulación (esta es la resolución de la cámara Retiga), radica en que



dicha imagen tiene demasiados píxeles para ser representados gráficamente por el programa en un tiempo de computación razonable. Se exageró el efecto de la distorsión, para lo cual se estableció un porcentaje de distorsión del 10.16 % en los vértices de la imagen. Este porcentaje se corresponde con un coeficiente de distorsión  $\chi = -0.5000$  (de barril) y  $\chi = 0.1028$  (de cojín). Tanto el porcentaje como el coeficiente de distorsión se definen más adelante.

Existen diversos modelos matemáticos de distorsión radial, que utilizan parámetros de distorsión,  $\chi_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ), estimados a partir de medidas de la imagen. Entre los más usados destaca el modelo polinómico de orden par, que funciona bien para distorsiones pequeñas, pero presenta el inconveniente de que en distorsiones severas precisa introducir muchos parámetros de distorsión distintos de cero, [62]. Una alternativa que requiere menos términos es el modelo de división, que consigue una aproximación más precisa a la verdadera función de distorsión real de una cámara típica. Para la mayoría de cámaras basta con utilizar un único coeficiente de distorsión,  $\chi$ , [62]. Estos modelos expresan las coordenadas del punto distorsionado en función de su posición no distorsionada. En el modelo de división, las coordenadas del punto no distorsionado de la imagen vienen dadas por

$$\begin{aligned} x_u &= x_c + \frac{x_d - x_c}{1 + \chi r_d^2} \\ y_u &= y_c + \frac{y_d - y_c}{1 + \chi r_d^2} \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde  $(x_c, y_c)$  son las coordenadas del centro de distorsión (en la imagen distorsionada),  $(x_d, y_d)$  las del punto distorsionado y  $r_d^2 = (x_d - x_c)^2 + (y_d - y_c)^2$ , [62, pág. 3]. A partir de la Ec. 4.13 puede modelizarse la distorsión en una imagen debida a una cámara, como se realizó en la simulación. Para ello, partiendo de las coordenadas del punto no distorsionado  $(x_u, y_u)$ , se halló en primer lugar la distancia no distorsionada del punto al centro de la imagen,  $r_u = \sqrt{(x_u - x_c)^2 + (y_u - y_c)^2}$ , después se calculó la nueva distancia distorsionada,  $r_d = r_u \cdot (1 + \chi)$ , y, finalmente, las coordenadas distorsionadas  $(x_d, y_d)$ , deducidas a partir de la Ec. 4.13,

$$\begin{aligned} x_d &= x_c + (1 + \chi r_d^2)(x_u - x_c) \\ y_d &= y_c + (1 + \chi r_d^2)(y_u - y_c) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Siguiendo el mismo procedimiento de muestreo descrito en la sección 4.5, se representó el histograma de intensidades, el cual se comparó con el correspondiente a la imagen del orificio circular en ausencia de distorsión.

Con el fin de realizar dicha comparación, se fijó el porcentaje de distorsión a partir del cociente de distancias entre el centro del píxel no distorsionado y el que sí lo está, tomando el centro del píxel correspondiente a una de las esquinas de la imagen,  $r_{pd}$  y  $r_{ad}$ , respectivamente. El porcentaje de distorsión se define entonces de la siguiente forma, [63]

$$d\% = \frac{r_{ad} - r_{pd}}{r_{pd}} \cdot 100 \quad (4.15)$$

Se simuló una distorsión en torno al 1 % (Ec. 4.15) para los mismos ejemplos expuestos en la sección 4.6.1:

- En el caso concreto de que el *dome* contenga agua en su interior se obtuvo que el número de píxeles en la imagen del orificio circular para una distorsión de cojín ( $\chi = 0.00005$ ) es  $N_{L_{d+}} = 5581756$  (*dome*+agua) y  $N_{V_{d+}} = 3141332$  (*dome*+aire), mientras que para la distorsión de barril ( $\chi = -0.00005$ ) el número de píxeles es  $N_{L_{d-}} = 5582924$  (*dome*+agua) y  $N_{V_{d-}} = 3141940$  (*dome*+aire). Ambas situaciones se corresponden con un porcentaje de distorsión aproximadamente del 1.05 %. El error relativo, de acuerdo con la Ec. 4.8, es de  $6 \cdot 10^{-5}$  en el caso de la distorsión de cojín y de  $8 \cdot 10^{-5}$  si la distorsión es de barril. Estos resultados conducen a un valor del índice del agua  $n^{d+} = (1.33299 \pm 0.00008)$  y  $n^{d-} = (1.33301 \pm 0.00011)$ , respectivamente.

- Si se coloca la lente semiesférica de vidrio en el refractómetro de aumento, se tiene que el número de píxeles en la imagen del orificio circular para una distorsión de cojín ( $\chi = 0.00005$ ) es  $N_{V_{d+}} = 7226104$  y  $N_{0_{d+}} = 3141332$  (sin lente), mientras que para la distorsión de barril ( $\chi = -0.00005$ ) el número de píxeles es  $N_{V_{d-}} = 7227636$  y  $N_{0_{d-}} = 3141940$  (sin lente). El porcentaje de distorsión en ambos casos es aproximadamente del 1.05 %. De acuerdo con la Ec. 4.8, en la distorsión de cojín el error relativo es  $7 \cdot 10^{-5}$  lo que lleva al resultado del índice  $n^{d+} = (1.51668 \pm 0.00010)$ , mientras que en el caso de la distorsión de barril, el error relativo es  $8 \cdot 10^{-5}$  lo que conduce al valor  $n^{d-} = (1.51670 \pm 0.00012)$ .

La conclusión que se extrae es que el refractómetro de aumento debe estar corregido de distorsión, lo cual nos lleva a estimar conforme a lo explicado previamente que el límite tolerable de distorsión debe ser del 1 %, con el fin de conseguir que el error relativo en la medida del índice sea menor o igual que  $10^{-4}$ . Esta es la condición que impondremos al sistema trabajando con el campo que subtiende el objeto elegido para captar su imagen con la cámara.

## 5. Conclusiones y tareas desarrolladas

En primer lugar, se ha llevado a cabo una revisión general de los principales métodos de medida del índice de refracción, incluyendo los más representativos, como el método del ángulo límite (refractómetro de Abbe), el interferométrico (interferómetro de Michelson) y el polarimétrico (en concreto los elipsómetros). También se han descrito otras técnicas más específicas, como el *index matching*, aplicable a fibras textiles, o el desplazamiento de resonancias plasmónicas en sistemas microfluídicos, aplicable a materiales en la nanoescala. Finalmente, por su interés para nuestro trabajo, nos hemos interesado en el caso específico de los refractómetros basados en la formación de imágenes, desde los antecedentes hasta las propuestas más recientes encontradas en la literatura.

A nivel experimental, el trabajo se ha focalizado en la medida del índice de líquidos a través de distintos métodos: refractómetro de Abbe, ángulo de desviación mínima de un prisma e interferómetro de Michelson, este último complementado por el método del ángulo de Brewster para conocer el índice de la cubeta de vidrio que contenía el líquido. La medida más precisa del índice del aceite vegetal transparente se logró utilizando el refractómetro de prisma, con un error de  $\pm 0.0005$ . La medida del índice de una lámina plano-paralela de vidrio con el interferómetro de Michelson tuvo una precisión del mismo orden de magnitud que el refractómetro de prisma para líquidos; sin embargo, la adaptación de este método a líquidos no pudo terminarse. Los resultados preliminares pusieron de manifiesto la necesidad de una alta calidad óptica en la cubeta y de que el eje de giro esté sobre la propia cubeta. A raíz de estos experimentos se han propuesto dos guiones de prácticas que podrían incluirse en las asignaturas del grado. El primero de ellos introduce una adaptación para líquidos del experimento de medida del índice de refracción con el refractómetro de prisma, mientras que el segundo presenta un método de medida del índice de una lámina de vidrio (o del espesor, si el índice es conocido) utilizando el interferómetro de Michelson.

Como aportación principal de este trabajo, se ha propuesto un nuevo tipo de refractómetro, el refractómetro de aumento. Se trata de un instrumento aplicable a sólidos y líquidos, aunque especialmente indicado para estos últimos, que no tiene limitaciones en el rango de medida y puede suponer una alternativa eficaz a otros instrumentos convencionales como el refractómetro de Abbe. Comparativamente con otras propuestas de refractómetros de formación de imagen, este presenta la ventaja de funcionar en tiempo real, sin necesidad de autoenfoco ni de sofisticados sistemas de formación o análisis de imagen. El diseño semiesférico del refractómetro de aumento tiene entre sus puntos fuertes que el objeto, al situarse en el centro de curvatura de una lente semiesférica o *dome* (cúpula de vidrio), es imagen de sí mismo. Objeto e imagen se localizan sobre el eje en puntos de *Weierstrass*, de forma que uno es imagen perfecta -o estigmática- del otro, lo que confiere al método una especial solidez. Primero, la apertura -el ángulo de salida de la luz- no será una limitación importante, y segundo, la imagen no tendrá aberración cromática longitudinal, sólo de aumento. Al tratarse del parámetro a medir, el comportamiento es el deseado. El montaje y manejo del refractómetro se presume sencillo, pues se puede llevar a cabo a partir de elementos presentes en cualquier laboratorio de óptica, si exceptuamos el *dome* de vidrio que se puede adquirir con facilidad. Los cálculos realizados han puesto de manifiesto la importancia de tener en cuenta el defecto de altura con el que dicho elemento es fabricado, si no se quiere introducir un error considerable. Las expectativas generadas por este método nos han llevado a emprender la solicitud de una patente.

Cabe destacar que los resultados de la simulación del funcionamiento del refractómetro de aumento permiten inferir un error en la medida del índice inferior a  $\pm 0.0001$ , válido en una situación realista que introduce un desenfoque de 0.1 mm en la posición del objeto. También se obtuvo un error del mismo orden de magnitud al incorporar una distorsión aproximadamente del 1 % en los vértices de la imagen. Adicionalmente, las características del instrumento posibilitan su calibrado a partir de un set de líquidos test, lo que conllevaría un perfeccionamiento de su operación, con una precisión en la medida del índice que podría llegar a ser similar a la de la simulación de su funcionamiento en la situación ideal, que dio como resultado un error del orden de  $\pm 0.00002$ , ligado de forma específica

a la discretización de la imagen. Este límite de precisión está asociado tanto al método físico como a la selección de material realizada (un elección realista dentro del material disponible en el mercado). Dicho de otra manera, la sensibilidad del método podría aumentar para otros parámetros del sistema.

De cara al futuro, queda pendiente la realización de la prueba de concepto del refractómetro de aumento, que permitirá probar experimentalmente su funcionamiento, así como contrastar de forma empírica la calidad de las medidas con los resultados obtenidos mediante la simulación.

### **Tareas desarrolladas**

A continuación se resumen brevemente las tareas que se han llevado a cabo a lo largo de este trabajo.

1. Revisión general de la bibliografía relativa al estado del arte de los métodos de medida del índice de refracción.
2. Calibrado del refractómetro de Abbe y utilización para la medida del índice de líquidos.
3. Medida del índice de un líquido mediante el ángulo de desviación mínima de un prisma.
4. Medida del índice de una lámina plano-paralela de vidrio utilizando el interferómetro de Michelson.
5. Montaje y medidas experimentales de la adaptación del interferómetro de Michelson para la medida del índice de líquidos.
6. Medida del índice del vidrio de una cubeta mediante el ángulo Brewster.
7. Elaboración de dos guiones de prácticas de laboratorio relativos a los experimentos realizados.
8. Propuesta del refractómetro de aumento para la medida del índice, especialmente de líquidos.
9. Análisis del fundamento y presentación del montaje experimental del refractómetro de aumento.
10. Evaluación del error cometido al considerar los efectos del “defecto de altura” del *dome* esférico.
11. Análisis de la precisión alcanzable por el instrumento para parámetros realistas de funcionamiento.
12. Desarrollo de un software de cálculo que simula el funcionamiento del refractómetro de aumento en la situación ideal e introduciendo algunas aberraciones.
13. Análisis de la robustez del sistema ante variaciones de posición del objeto.
14. Inicio de los trámites para la solicitud de una patente del refractómetro de aumento.

## Bibliografía

- [1] W. Kim and D. S. Kim, "Gradient shadow pattern reveals refractive index of liquid," *Scientific reports*, vol. 6, no. 1, p. 28191, 2016.
- [2] M. Yahya, "Quantitative interferometric measurements of the refractive index and its applications," *PhD Ryerson University*, 2016.
- [3] S. Singh, "Refractive index measurement and its applications," *Physica Scripta*, vol. 65, no. 2, pp. 167–180, 2002.
- [4] E. D. Olsen, *Métodos ópticos de análisis*. Barcelona: Reverté, 1986.
- [5] E. Hecht, *Optics*. Harlow: Pearson Education Limited, 5th, global ed., 2017.
- [6] "Fundamentals of Photonics." SPIE Press Book. Editor: Chandra Roychoudhuri. 2008, <http://spie.org/x17229.xml>.
- [7] J. Casas Peláez, *Óptica*. 7ª ed., 1994.
- [8] L. Tilton and J. Taylor, "Refractive index and dispersion of distilled water for visible radiation, at temperatures 0 to 60° C," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, vol. 20, pp. 419–477, 1938.
- [9] R. E. Stoiber and S. A. Morse, *Crystal identification with the polarizing microscope*. New York [etc.]: Chapman and Hall, 1994.
- [10] J. M. Saiz, "Práctica 3: Medida del índice de refracción de un prisma y de la relación de dispersión en el medio," 2002.
- [11] D. Meschede, *Optics, Light and Lasers*. DE: Wiley-VCH, third revis and enlarg ed., 2017.
- [12] A. Garahan, L. Pilon, J. Yin, and I. Saxena, "Effective optical properties of absorbing nanoporous and nanocomposite thin films," *Journal of Applied Physics*, vol. 101, no. 1, p. 014320, 2007.
- [13] N. J. Hutchinson, T. Coquil, A. Navid, and L. Pilon, "Effective optical properties of highly ordered mesoporous thin films," *Thin Solid Films*, vol. 518, no. 8, pp. 2141–2146, 2010.
- [14] W. B. Jensen, "Refractometers." <https://drc.libraries.uc.edu/handle/2374.UC/734048>, Fecha de consulta: 02/05/2020.
- [15] "Scopus. Analyze search results: TITLE (refractive AND index)." <https://www-scopus-com.unican.idm.oclc.org/term/analyzer.uri?sid=c53a23614e64bd5e7a4d490ba7d8c5fd&origin=resultslist&src=s&s=TITLE%28refractive+index%29&sort=plf-f&sdt=b&sot=b&sl=23&count=18931&analyzeResults=Analyze+results&txGid=0b6ce6feff86577d85ab3df48c412eb8>, Fecha de consulta: 14/05/2020.
- [16] Batsanov, I. A. P. Poroshina, E. D. R. Ruchkin, I. A. E. D., and S. S., *Refractive Indices of Solids*. Singapore: Springer, 1st 2016 ed., 2016.
- [17] H. Hochreiner, M. Cada, and P. D. Wentzell, "Modeling the response of a long-period fiber grating to ambient refractive index change in chemical sensing applications," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 26, no. 13, pp. 1986–1992, 2008.
- [18] J. M. Schmitt and G. Kumar, "Turbulent nature of refractive-index variations in biological tissue," *Optics letters*, vol. 21, no. 16, p. 1310, 1996.

- [19] J. Beuthan, O. Minet, J. Helfmann, M. Herrig, and G. Müller, "The spatial variation of the refractive index in biological cells," *Physics in Medicine and Biology*, vol. 41, no. 3, pp. 369–382, 1996.
- [20] "High refractive index materials for optoelectronics." <https://www.azonano.com/article.aspx?ArticleID=5282>, Fecha de consulta: 22/02/2020.
- [21] "What are quantum dots?." <https://www.nanowerk.com>, Fecha de consulta: 23/02/2020.
- [22] C. T. Chen, J. Pedrini, E. A. Gaulding, C. Kastl, G. Calafiore, S. Dhuey, T. R. Kuykendall, S. Cabrini, F. M. Toma, S. Aloni, A. M. Schwartzberg, and C. U. S. Lawrence Berkeley National Lab. (LBNL), Berkeley, "Very high refractive index transition metal dichalcogenide photonic conformal coatings by conversion of ald metal oxides," *Scientific reports*, vol. 9, no. 1, pp. 2768–9, 2019.
- [23] "Photonic crystals." <https://www.nature.com/subjects/photonic-crystals>, Fecha de consulta: 23/02/2020.
- [24] "Determining the refractive index of glass (law of refraction)." [http://www.phywe-es.com/index.php/fuseaction/download/lrn\\_file/versuchsanleitungen/p1064400/e/p1064400e.pdf](http://www.phywe-es.com/index.php/fuseaction/download/lrn_file/versuchsanleitungen/p1064400/e/p1064400e.pdf), Fecha de consulta: 12/05/2020.
- [25] A. M. Smith, "Ptolemy's search for a law of refraction: A case-study in the classical methodology of "saving the appearances." and its limitations," *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 26, no. 3, pp. 221–240, 1982.
- [26] O. Pedersen, *Early physics and astronomy: a historical introduction*. CUP Archive, 1993.
- [27] G. S. Monk, *Light: principles and experiments*. New York: Dover Publications, 2nd ed., 1963.
- [28] R. Synowicki, G. K. Pribil, G. Cooney, C. M. Herzinger, S. E. Green, R. H. French, M. K. Yang, J. H. Burnett, and S. Kaplan, "Fluid refractive index measurements using rough surface and prism minimum deviation techniques," *Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures Processing, Measurement, and Phenomena*, vol. 22, no. 6, pp. 3450–3453, 2004.
- [29] C.-C. Cheng, "Refractive index measurement by prism autocollimation," *American Journal of Physics*, vol. 82, no. 3, pp. 214–216, 2014.
- [30] S.-L. Li, Z.-Q. Nie, Y.-T. Tian, and C. Liu, "Liquid refractive index measurement system based on electrowetting lens," *Micromachines*, vol. 10, no. 8, p. 515, 2019.
- [31] B. M. Pixton and J. E. Greivenkamp, "Automated measurement of the refractive index of fluids," *Applied optics*, vol. 47, no. 10, p. 1504, 2008.
- [32] "Laboratorio de Físicoquímica I, Refractometría." <http://www.geocities.ws/todolostrabajossallos/fico9.pdf>, Fecha de consulta: 22/04/2020.
- [33] R. M. A. Azzam, "The intertwined history of polarimetry and ellipsometry," *Thin Solid Films*, vol. 519, no. 9, pp. 2584–2588, 2011.
- [34] H. Fujiwara, *Spectroscopic ellipsometry: principles and applications*. Chischester (England): John Wiley & Sons, 2010.
- [35] "Uvisel plus spectroscopic ellipsometer." <https://www.horiba.com/us/en/scientific/products/ellipsometers/spectroscopic-ellipsometers/uvisel/uvisel-plus-640/>, Fecha de consulta: 09/03/2020.

- [36] D.-C. Su, J.-Y. Lee, M.-H. Chiu, *et al.*, “New type of liquid refractometer,” *Optical Engineering*, vol. 37, no. 10, pp. 2795–2797, 1998.
- [37] C. Bahrim and W.-T. Hsu, “Precise measurements of the refractive indices for dielectrics using an improved brewster angle method,” *American Journal of Physics*, vol. 77, no. 4, pp. 337–343, 2009.
- [38] B. Abbas and M. Alshikh Khalil, “An experimental method for determination of the refractive index of liquid samples using michelson interferometer,” *Acta Physica Polonica A*, vol. 129, no. 1, pp. 59–63, 2016.
- [39] S. Pevec and D. Donlagic, “High resolution, all-fiber, micro-machined sensor for simultaneous measurement of refractive index and temperature,” *Optics Express*, vol. 22, no. 13, pp. 16241–16253, 2014.
- [40] W. Liu, X. Wu, G. Zhang, S. Li, C. Zuo, W. Zhang, and B. Yu, “Thin fiber-based Mach–Zehnder interferometric sensor for measurement of liquid level, refractive index, temperature, and axial strain,” *Applied Optics*, vol. 59, no. 6, p. 1786, 2020.
- [41] J. M. Saiz, “FBE 2, Óptica Ondulatoria: Interferómetro de Michelson,”
- [42] K. Kerl and M. Jescheck, “Equipment for precise measurements of the complex refractive index of gases as a function of wavenumber, temperature and pressure,” *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, vol. 15, no. 9, pp. 955–960, 1982.
- [43] “TSG chapter V. Analysis and Testing Methods for Textiles - Section C. Fiber Identification.” [https://www.conservation-wiki.com/wiki/TSG\\_Chapter\\_V\\_Analysis\\_and\\_Testing\\_Methods\\_for\\_Textiles\\_-\\_Section\\_C\\_Fiber\\_Identification#ref11](https://www.conservation-wiki.com/wiki/TSG_Chapter_V_Analysis_and_Testing_Methods_for_Textiles_-_Section_C_Fiber_Identification#ref11), Fecha de consulta: 25/04/2020.
- [44] P. Frankfurt, “Jelley-refraktometer.” [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Jelley-Refraktometer\\_de.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Jelley-Refraktometer_de.svg), Fecha de consulta: 22/04/2020.
- [45] S. Calixto, M. Rosete-Aguilar, F. J. Sanchez-Marin, M. Calixto-Solano, and C. López-Mariscal, “Refractive index measurement through image analysis with an optofluidic device,” *Optics express*, vol. 20, no. 3, p. 2073, 2012.
- [46] P. Albella, J. María Saiz, F. González, and F. Moreno, “Surface monitoring based on light scattering by metal nanosensors,” *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 112, no. 13, pp. 2046–2058, 2011.
- [47] J. Weber de Menezes, A. Thesing, C. Valsecchi, L. E. G. Armas, and A. G. Brolo, “Improving the performance of gold nanohole array biosensors by controlling the optical collimation conditions,” *Applied optics*, vol. 54, no. 21, p. 6502, 2015.
- [48] C.-C. Lee, *The Current Trends of Optics and Photonics*, vol. 129. Dordrecht: Springer, 2014.
- [49] A. A. Yanik, M. Huang, O. Kamohara, A. Artar, T. W. Geisbert, J. H. Connor, and H. Altug, “An optofluidic nanoplasmonic biosensor for direct detection of live viruses from biological media,” *Nano Letters*, vol. 10, no. 12, pp. 4962–4969, 2010.
- [50] L. Tu, X. Li, S. Bian, Y. Yu, J. Li, L. Huang, P. Liu, Q. Wu, and W. Wang, “Label-free and real-time monitoring of single cell attachment on template-stripped plasmonic nano-holes,” *Scientific reports*, vol. 7, no. 1, pp. 11020–11, 2017.

- [51] R. St-Gelais, J. Masson, and Y. Peter, "High resolution microfluidic refractometer for biomedical applications," in *Proceedings of 2009 International Conference on Microtechnologies in Medicine and Biology*, pp. 96–97, 2009.
- [52] B. Abbas and M. A. Khalil, "An experimental method for determination of the refractive index of liquid samples using michelson interferometer," *Acta Phys. Polonica A*, vol. 129, p. 59, 2016.
- [53] "Refractive index database." <https://refractiveindex.info/>, Fecha de consulta: 28/05/2020.
- [54] J. M. Saiz, "Experimental Optics: Production and analysis of polarized light,"
- [55] "Refractive index database, N-BK7 (SCHOTT)." <https://refractiveindex.info/?shelf=glass&book=BK7&page=SCHOTT>, Fecha de consulta: 14/04/2020.
- [56] "50mm Diameter x 2mm Thickness, N-BK7 Glass Dome." <https://www.edmundoptics.eu/p/50mm-diameter-x-2mm-thickness-n-bk7-glass-dome/19209/>, Fecha de consulta: 19/02/2020.
- [57] "Refractive index database, C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH (Ethanol)." <https://refractiveindex.info/?shelf=organic&book=ethanol&page=Rheims>, Fecha de consulta: 17/05/2020.
- [58] "Refractive index database, C<sub>3</sub>H<sub>5</sub>(OH)<sub>3</sub> (Glycerol)." <https://refractiveindex.info/?shelf=organic&book=glycerol&page=Rheims>, Fecha de consulta: 22/05/2020.
- [59] "Descubre por qué el tamaño del sensor sí importa." <https://www.dzoom.org.es/descubre-por-que-en-fotografia-el-tamano-del-sensor-si-importa/>, Fecha de consulta: 19/05/2020.
- [60] "MathWorks, imgaussfilt." <https://es.mathworks.com/help/images/ref/imgaussfilt.html?lang=en>, Fecha de consulta: 20/05/2020.
- [61] "10.0mm Diameter, N-BK7 Half-Ball Lens." <https://www.edmundoptics.eu/p/100mm-diameter-n-bk7-half-ball-lens/6438/>, Fecha de consulta: 19/02/2020.
- [62] F. Bukhari and M. N. Dailey, "Automatic radial distortion estimation from a single image," *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 45, no. 1, pp. 31–45, 2013.
- [63] "Edmund Optics: Distortion." <https://www.edmundoptics.com/knowledge-center/application-notes/imaging/distortion/>, Fecha de consulta: 15/04/2020.
- [64] M. Henshke, "Instruction sheet: Precision interferometer (art.-no.:650265) & supplementary kit (art.-no.:650266)," 19/08/2005.



## **Anexos**

## A. Guión de prácticas de laboratorio: medida del índice de refracción de un líquido mediante el ángulo de desviación mínima

### A.1. Objetivo

El objetivo de este experimento es determinar el índice de refracción de un líquido-problema. Para ello se utilizará un prisma hueco y un goniómetro de precisión. El líquido contenido en el prisma desviará el haz incidente, procedente de una fuente de luz monocromática. El mínimo alcanzado por el valor de dicho ángulo de desviación permitirá obtener el valor del índice.

### A.2. Fundamento teórico

El índice de refracción es una propiedad física de los materiales tanto sólidos como líquidos y gaseosos. Cuando un haz de luz atraviesa un prisma, existe un ángulo para el que la desviación es mínima, que depende del índice de refracción del prisma: el ángulo de desviación mínima,  $\delta_m$ . Aplicando la ley de Snell en las dos refracciones que sufre la luz al atravesar un prisma de vidrio de índice  $n$ , se llega a la fórmula

$$n = \frac{\sin((\delta_m + \alpha)/2)}{\sin(\alpha/2)} \quad (\text{A.1})$$

donde  $\alpha$  es el ángulo formado por las dos caras planas refractantes del prisma, [10].

Si se considera un prisma hueco de vidrio en cuyo interior se vierte un líquido cuyo índice se desea conocer, este ángulo  $\delta_m$  está directamente relacionado con el índice de refracción del líquido  $n$ , pudiéndose ignorar el efecto de las paredes del prisma por la condición de simetría en la situación de mínimo, por lo que la Ec. A.1 sigue siendo válida, [28]. Esta situación se ilustra en la Fig. A.1.

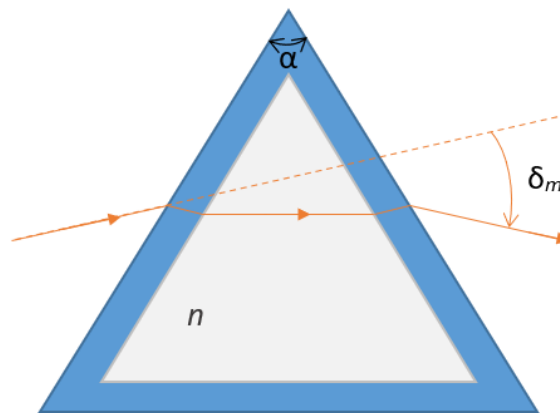


Figura A.1: Ángulo de desviación mínima,  $\delta_m$ , en un prisma hueco con líquido en su interior.

Utilizando un goniómetro se puede medir el ángulo que forman entre sí los haces de luz al atravesar el prisma, de forma que se determinan tanto  $\delta_m$  como  $\alpha$  y, a partir de estos, se calcula el valor del índice de refracción del líquido  $n$ . Este valor se determinará para una luz incidente de longitud de onda correspondiente a la línea espectral del doblete amarillo de la lámpara de sodio,  $\lambda \approx 5893 \text{ \AA}$ .

### A.3. Dispositivo experimental

#### A.3.1. Material

- Lámpara espectral de sodio

- Prisma óptico hueco con tapa, guantes de plástico (opcional)
- Goniómetro
- Linterna y lupa (opcional) para realizar la lectura del goniómetro

En la Fig. A.2 se muestra una imagen del dispositivo experimental. El goniómetro de la Fig. A.2 tiene una precisión en la medida del ángulo de  $1'$ .

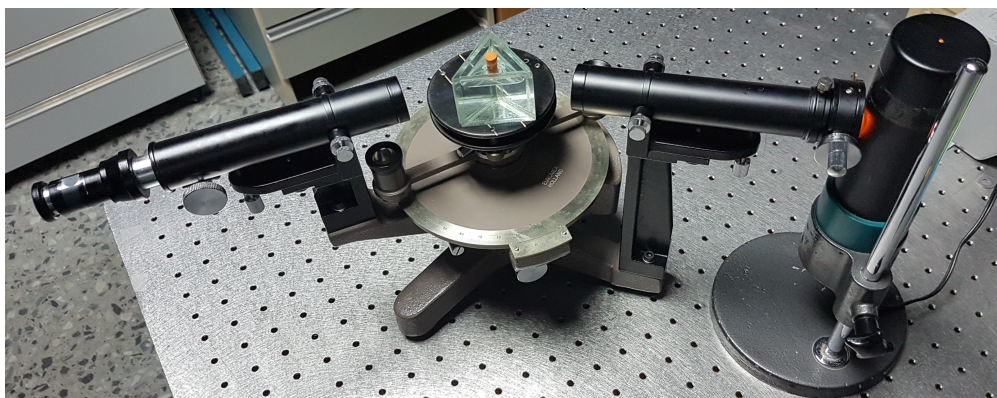


Figura A.2: Dispositivo experimental para la medida del índice de refracción de un líquido mediante el ángulo de desviación mínima. De derecha a izquierda: lámpara espectral de sodio, colimador del goniómetro, prisma hueco con líquido ubicado sobre la platina, bajo la cual están la escala graduada y los visores; y anteojo del goniómetro.

### A.3.2. Alineamiento y puesta a punto

*El procedimiento de alineamiento es análogo al que se expone en el guión "Medida del índice de refracción de un prisma", por lo que las líneas siguientes están basadas en la explicación que aparece en dicho guión, [10].*

1. Se enciende la lámpara espectral y se sitúa de forma que ilumine uniformemente la rendija del colimador del goniómetro.
2. Se enfoca el ocular del anteojo del goniómetro sobre su retículo, sacándolo más o menos hasta conseguir una imagen nítida del retículo. Prestando atención a no desenfocarlo, se gira hasta que uno de los hilos esté vertical. Sujetando el ocular, se aprieta la rosca para fijarlo en esta posición.
3. Con ayuda de un colimador auxiliar (o en su defecto enfocado al infinito) se hace afocal el anteojo. Se debe tener precaución a partir de este momento para no desenfocarlo.
4. Se pone en línea el colimador del goniómetro con el anteojo hasta ver la rendija fuente.
5. Se enfoca el colimador hasta observar nítida la rendija. A partir de ahora, se encuentra realmente trabajando como colimador. Se cierra la rendija hasta que sea lo más estrecha posible sin perder demasiada luminosidad.
6. Se gira ligeramente la rendija hasta lograr que coincida con el hilo vertical del retículo. Entonces se aprieta la rosca para fijarla, verificando que no se ha desenfocado la rendija. Si esto hubiera sucedido, se modifica el enfoque del colimador.

7. Si no se ve aproximadamente la misma longitud de rendija por arriba que por abajo se mueven los tornillos de los soportes del colimador y del anteojo hasta que la rendija se vea centrada en el campo de visión.
8. Se vierte el líquido de índice desconocido en el prisma hueco y se coloca la tapa sobre el mismo. Se deben limpiar cuidadosamente las caras del prisma que forman el ángulo  $\alpha$ , puesto que son aquellas que va a atravesar la luz. (Por este motivo, es recomendable manejar el prisma con unos guantes de plástico desechables).
9. Se coloca el prisma sobre la platina como indica la Fig. A.3, de manera que el eje del colimador sea aproximadamente la bisectriz del ángulo  $\alpha$  del prisma. Se confirma que la altura de la platina es la apropiada para que el haz incida por completo sobre el prisma, iluminando las dos caras del mismo.
10. Se observa con el anteojo la luz que refleja una de las caras del prisma, de modo que la imagen de la rendija coincida con el centro del retículo y se nivela la platina hasta que la imagen se encuentre centrada. Se repite este paso con la luz reflejada por la otra cara y así de forma sucesiva hasta que la rendija no se descentre al cambiar de lado. En esta disposición la platina está paralela al eje del anteojo.

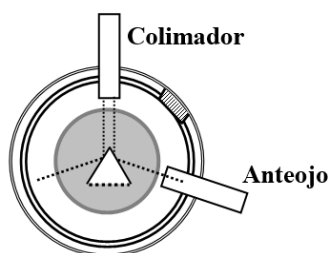


Figura A.3: Colocación inicial del prisma sobre el goniómetro, [10].

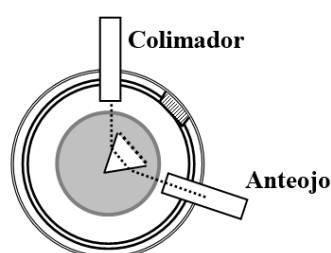


Figura A.4: Colocación del prisma sobre el goniómetro para la medida de  $\delta_m$ , [10].

#### A.4. Método operativo

*El método operativo es análogo al que se expone en el guión "Medida del índice de refracción de un prisma", por lo que las líneas siguientes están basadas en la explicación que aparece en dicho guión, [10].*

En primer lugar, se mide el ángulo  $\alpha$  que forman las caras planas refractantes del prisma pues, aunque debería ser  $60^\circ$ , conviene comprobarlo experimentalmente. A continuación se mide el ángulo de desviación mínima,  $\delta_m$ .

##### A.4.1. Medida de $\alpha$

1. Manteniendo la posición de la Fig. A.3, se coloca el anteojo en la dirección de la luz reflejada por una de las caras, de manera que la rendija quede en el centro del retículo y se toma la posición angular  $\alpha_1$  del anteojo en la escala graduada (con precisión de minutos de arco, como permite el nonius acopado en el visor).
2. Se repite el paso anterior con la otra cara del prisma, tomando la posición  $\alpha_2$  del anteojo en la escala graduada mirando en el mismo visor que con anterioridad.
3. Se calcula  $\alpha$  de acuerdo con la expresión:  $\alpha = (\alpha_2 - \alpha_1)/2$ .

4. Se repiten los pasos anteriores cinco veces y se obtiene el valor de  $\bar{\alpha}$  y  $\sigma_{\alpha}$ . Para estos cálculos conviene pasar  $\bar{\alpha}$  y  $\sigma_{\alpha}$  a radianes.

$$\sigma_{\alpha} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\alpha_i - \bar{\alpha})^2}{N}}$$

#### A.4.2. Medida de $\delta_m$

1. Se ubica el prisma en la posición de la Fig. A.4, de manera que la luz entre por una de las caras del mismo. Se observa con el anteojo la luz que emerge por la otra cara del prisma. Se centra el retículo en la línea espectral más próxima al amarillo que sea visible.
2. Se gira ligeramente el prisma, con cuidado de no manchar sus caras, para lo cual conviene usar los guantes de plástico; y se sigue a la vez con el anteojo la línea seleccionada hasta que se produzca el cambio de sentido en el desplazamiento de la línea (si no se observa significa que se ha colocado mal el prisma). En esta situación el ángulo de desviación pasa por el mínimo ( $\delta = \delta_m$ ). Se debe mover con cuidado el anteojo hasta que el cambio de sentido tenga lugar en el centro del retículo. En ese momento, se anota la posición angular  $\delta_1$  del anteojo en el visor (precisión de minutos de arco).
3. Se gira el prisma de manera que la luz del colimador incida en la otra cara y se repite el paso anterior con la línea espectral del mismo color. Se anota la posición angular  $\delta_2$  de la posición del anteojo sobre el visor.
4. Se calcula  $\delta_m$  de acuerdo con la expresión:  $\delta_m = (\delta_2 - \delta_1)/2$ .
5. Se repiten las medidas cinco veces variando la posición del prisma en la platina y se calculan  $\bar{\delta}_m$  y  $\sigma_{\delta_m}$  (conviene pasar los ángulos a radianes).

#### A.5. Cálculo del índice $n$ del líquido

De acuerdo con la Ec. A.1, se obtiene el valor del índice de refracción del líquido correspondiente a la línea  $D$  del sodio, que viene dado por

$$n_D = \frac{\sin(\bar{\delta}_m + \bar{\alpha})/2}{\sin(\bar{\alpha}/2)}$$

El error en la determinación del índice se calcula a partir de la ecuación de propagación de errores, en la que  $\sigma_{\alpha}$  y  $\sigma_{\delta_m}$  deben introducirse en radianes.

## B. Guión de prácticas de laboratorio: medida del índice de refracción de una lámina de vidrio utilizando un interferómetro de Michelson

### B.1. Objetivo

El objetivo de este experimento es comprender el funcionamiento de un interferómetro de Michelson y medir el índice de refracción de una lámina plano-paralela de vidrio utilizando este instrumento.

### B.2. Fundamento teórico

El interferómetro de Michelson permite la medida del índice de refracción de un material transparente a partir del análisis del patrón interferencial que se observa en una pantalla.

*A continuación se describe el funcionamiento del interferómetro de Michelson, la explicación es análoga a la que aparece en el guión “Interferómetro de Michelson”, por lo que en el párrafo siguiente fundamentalmente se reproduce tal descripción, [41].*

El interferómetro de Michelson es un interferómetro por división de amplitud, en el cual un haz de luz que proviene de una fuente extensa (puede ser un láser tras el cual se coloca una lente que focaliza la luz antes de entrar al sistema) se divide en dos haces por medio de una superficie semi-reflejante, que reparte la intensidad del haz incidente en dos partes iguales, como se muestra en la Fig. B.1. Cada haz de luz se refleja en el espejo plano correspondiente y vuelve a la lámina, all  se reflejan parcialmente y llegan a una pantalla alejada del interferómetro, sobre la que se observa el patrón de interferencia. (Otros dos haces similares se dirigen hacia la fuente, pero no serán tenidos en cuenta en este experimento). La diferencia entre los caminos ópticos recorridos por cada haz determina el estado interferencial del haz de luz a la salida del interferómetro. En la pantalla se observa la intensidad obtenida a partir de la suma de amplitudes de ambos haces, es decir, se observan máximos y mínimos de intensidad, en función de si las ondas de los haces que interfieren están en fase o contrafase, respectivamente. Estos máximos formarán anillos si los espejos planos al final de cada brazo del interferómetro están a  $90^\circ$  entre sí, en caso contrario formarán franjas. Habitualmente la posición de uno de los espejos puede controlarse con un micrómetro, permitiendo modificar la diferencia de camino óptico recorrido por los haces en cada brazo.

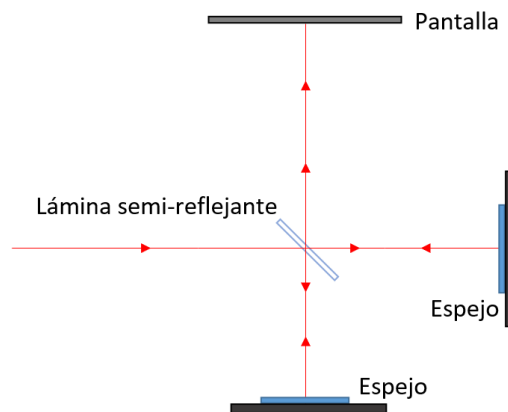


Figura B.1: Esquema del interferómetro de Michelson (geometría para el rayo central).

Una lámina plano-paralela de vidrio de índice de refracción  $n$  desconocido colocada perpendicular a la trayectoria de uno de los haces de luz que atraviesan los brazos del interferómetro de Michelson modifica el camino óptico que recorre el haz de luz. El aumento del camino óptico de este haz será  $2(n - 1)t$ , siendo  $t$  el espesor de la lámina, que suponemos de entrada conocido de forma precisa. El factor 2 es debido a que el haz de luz atraviesa la lámina dos veces, [27, pág. 376]. Si se rota la lámina un  ngulo  $\Phi$  conocido, se modifica la trayectoria de la luz. En el caso de que la luz incidente sea monocromática, con longitud de onda  $\lambda$ , la diferencia de camino introducida, respecto de la situación perpendicular, es  $m\lambda$ , donde  $m$  es el número de máximos que pasan en la pantalla cuando se gira la lámina, [27, págs. 376-377].

El número de máximos que pasan por la pantalla donde se observa el patrón de interferencia en un interferómetro de Michelson en función del  ngulo  $\Phi$  que se ha rotado la lámina de vidrio viene

dado por

$$m = \frac{2t}{\lambda}(1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \Phi} - \cos \Phi - n) \quad (\text{B.1})$$

Despejando  $n$  puede medirse el índice de refracción de la lámina plano-paralela de vidrio de forma sencilla, de acuerdo con la siguiente expresión, [27, pág. 378]

$$n = \frac{(2t - m\lambda)(1 - \cos \Phi) + \frac{m^2\lambda^2}{4t}}{2t(1 - \cos \Phi) - m\lambda} \quad (\text{B.2})$$

La deducción de estas ecuaciones se recoge al final del guión (sección B.5). En la Ec. B.2 todas las magnitudes son conocidas con precisión excepto el ángulo girado, para el que se necesita que el soporte de giro venga acompañado de una escala, que permita situar tanto el cero (calibrado) como el valor  $\Phi$  alcanzado.

### B.3. Dispositivo experimental

#### B.3.1. Material

- Interferómetro de Michelson (en nuestro caso, modelo Martin Henschke, 650265, [64])
- Fuente monocromática. En nuestro caso, un láser de He-Ne,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  (verde)
- Lente convergente
- Pantalla para la observación de los anillos
- Lámina plano-paralela de vidrio de espesor conocido

En la Fig. B.2 se muestra una imagen del dispositivo experimental empleado para la medida del índice de refracción de la lámina plano-paralela de vidrio. De izquierda a derecha se encuentran el láser que ilumina el dispositivo, a continuación la lente, seguida por la lámina semi-reflejante, que divide el haz de luz en dos, uno va hacia el espejo a la derecha con el micrómetro y el otro atraviesa la lámina de vidrio y llega al segundo espejo. En la pantalla pueden verse los anillos interferenciales.



Figura B.2: Interferómetro de Michelson para la medida del índice de refracción de una lámina de vidrio.



### B.3.2. Alineamiento y puesta a punto

*El procedimiento de alineamiento es análogo al que aparece en el guión “Interferómetro de Michelson”, por lo que la explicación a continuación está basada en dicho guión, [41].*

Se enciende el láser de He-Ne y se retira la lente del interferómetro. En la pantalla se observarán dos series de varios puntos, en cada una de ellas uno de los puntos será más intenso. Se deben mover los tornillos del espejo que lo permite (en este modelo el que no tiene micrómetro) hasta que los dos conjuntos de puntos se superponen. En ese momento el punto más brillante realizará oscilaciones de brillo muy sensibles al toque de los tornillos. Una vez hecho esto, se coloca la lente convergente que expande los haces y se observarán los anillos circulares en la pantalla. En caso contrario, se debe repetir el alineamiento.

*El procedimiento de puesta a punto es análogo al que se describe en las instrucciones del interferómetro, por lo que en las líneas siguientes se reproduce la explicación que allí aparece, [64].*

Se enciende el láser de He-Ne y en la pantalla se observan los anillos interferenciales. La pantalla se desplaza ligeramente hasta que dichos anillos se encuentren en medio de la misma. Si se mueve sutilmente el espejo hacia delante y hacia atrás alrededor de la región de  $0^\circ$ , debería observarse la transición entre la aparición y desaparición de los anillos exactamente a  $0^\circ$ . En caso contrario, el divisor de haz no se encuentra formando  $45^\circ$  con el espejo ajustable, sino un ángulo levemente distinto. Dado que un alineamiento perfecto del divisor de haz resulta difícil de conseguir, en su lugar se anotará el ángulo  $\Phi_0$  al que tiene lugar la transición entre la aparición y la desaparición de los anillos interferenciales. Durante el proceso de medida, se restará al ángulo medido  $\Phi_M$  el ángulo  $\Phi_0$  para obtener el ángulo que se ha rotado la lámina,  $\Phi$ , [64].

### B.4. Método operativo

1. Se coloca la lámina de vidrio en la posición correspondiente al ángulo  $\Phi_0$  que, como se explicó con anterioridad, probablemente no coincidirá con el origen en la escala, sino que estará desplazada unas décimas de grado.
2. Se rota la lámina ligeramente hasta que pase un máximo por la pantalla. Se anota el ángulo  $\Phi_M$  correspondiente.
3. Se repite el paso 2 hasta contar 30 máximos que pasen por la pantalla. Se repiten las medidas para comprobar la veracidad de las mismas. Si sobra tiempo, pueden contarse más máximos, aunque a partir de 40 conviene contarlos de dos en dos hasta llegar a 60 (o más, en función del tiempo disponible).
4. Se realiza el ajuste de  $m$  frente a  $\Phi$  de acuerdo con la curva experimental de la Ec. B.1 para obtener el valor del índice de refracción de la lámina de vidrio.
5. Se evalúan las principales fuentes de error ( $\delta\Phi$  y  $\delta m$ ) y su impacto en la precisión de una medida individual de  $n$ .
6. Se calcula el índice de la lámina de vidrio para el máximo correspondiente al mayor valor del ángulo medido (Ec. B.2) y la desviación estándar a partir del error del ángulo,  $\sigma_n$ , (se considerará que  $\delta m = 0$ ) para expresar el resultado  $n \pm \sigma_n$ . Se compara este valor con el obtenido en el paso 4.

### B.5. Apéndice: Demostración de la expresión del índice de refracción

La Fig. B.3 muestra la trayectoria de la luz a través de una lámina plano-paralela de vidrio cuando esta se encuentra formando  $90^\circ$  con el haz de luz incidente ( $\Phi = 0^\circ$ , trazo azul), y la trayectoria de la



luz cuando se ha rotado un ángulo  $\Phi$  distinto de cero (trazo verde), [27, págs. 377-378]. En el caso de que  $\Phi = 0^\circ$ , el camino óptico de la luz que viaja a través de la lámina es

$$n t + \overline{bc} = \Delta_0$$

mientras que si  $\Phi \neq 0^\circ$ ,

$$\overline{ad} n + \overline{de} = \Delta$$

Por tanto, teniendo en cuenta que la luz recorre la lámina dos veces (factor 2),

$$2 (\Delta - \Delta_0) = 2(\overline{ad} n + \overline{de} - n t - \overline{bc}) = m \lambda$$

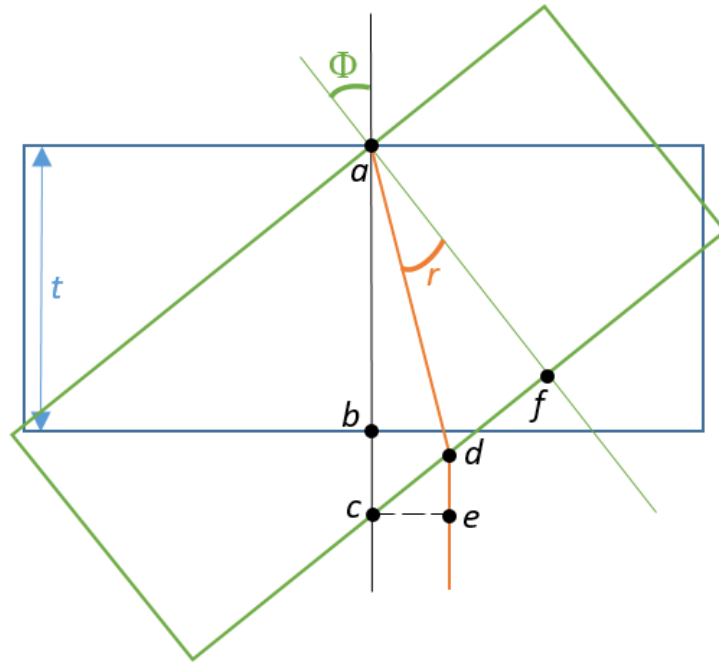


Figura B.3: Esquema de la trayectoria de la luz a través de la lámina plano-paralela de vidrio.

De acuerdo con la Fig. B.3, pueden extraerse las siguientes relaciones

$$\cos r = t/\overline{ad} \Rightarrow \overline{ad} = t/\cos r$$

$$\sin \Phi = \overline{de}/\overline{dc} \Rightarrow \overline{de} = \overline{dc} \sin \Phi = (\overline{fc} - \overline{fd}) \sin \Phi = t \tan \Phi \sin \Phi - t \tan r \sin \Phi$$

donde  $\tan r = \overline{fd}/t$ . Además,

$$\overline{bc} = \overline{ac} - \overline{ab} = t/\cos \Phi - t$$

En consecuencia,

$$n t/\cos r + t \tan \Phi \sin \Phi - t \tan r \sin \Phi - n t - t/\cos \Phi + t = m\lambda/2$$

Aplicando la ley de Snell,  $\sin \Phi = n \sin r$ . Escribiendo el ángulo  $r$  en función del ángulo que se ha rotado la lámina  $\Phi$  se llega primero a la Ec. B.1 y, elevando al cuadrado el término con la raíz cuadrada y sustituyendo  $\sin^2 \Phi$  por  $1 - \cos^2 \Phi$ , se llega finalmente a la Ec. B.2, [27, pág. 378].

## C. Código Matlab de la simulación

A continuación se muestra el código desarrollado para llevar a cabo la simulación, realizado con el software MATLAB.

```

1  %% Ejemplo de funcionamiento del refractometro de aumento en la
   situacion ideal
2  % Vamos a recorrer cada pixel y ver donde esta en relacion con el
   centro de la imagen
3  % Objeto: pequeno orificio circular (o pinhole)
4  clear; clc
5  I_0=4000; % intensidad maxima (en unidades de brillo)
6  N = 2^12; % numero de pixeles en un lado
7  I = zeros(N); % esta es la matriz de la cuadrícula (N x N)
8  i=1;
9  j=1;
10 n=1; % n = 1.333 para el agua, n = 1 para el aire, n (BK7)=1.5167
11 r0=0.5; % radio del pinhole en mm
12 % Me voy a ubicar en el centro del pixel. El origen de coordenadas
13 % esta arriba a la izquierda de la cuadrícula. Trabajo en mm
14 l=5e-3; % lado pixel en mm
15 r_0Abbe=n*r0; % radio disco en mm con aumento por inv de Abbe
16 aumento_lente=10; % aumento de la lente de la camara
17 r_0prima=r_0Abbe*aumento_lente; % radio disco imagen
18 % Coordenadas del centro de la imagen:
19 centrox=N*l/2; % mm
20 centroy=N*l/2; % mm
21 % Coordenadas del centro del pixel:
22 posx=l/2;
23 posy=l/2;
24 semidiagonal=sqrt(l^2+l^2)/2; % distancia semidiagonal pixel
25 while i<=N % fila
26     while j<=N % columna
27         d=sqrt((posx-centrox)^2+(posy-centroy)^2);
28         if d>r_0prima+semidiagonal % pixel fuera del orificio
29             I(i,j)=0; % minima
30         elseif d<r_0prima-semidiagonal % pixel dentro del orificio
31             I(i,j)=I_0; % maxima
32         else % aqui hay que calcular la interseccion
33             I(i,j)=I_0-((d-(r_0prima-semidiagonal))/(2*
               semidiagonal)*I_0);
34         end
35         j=j+1;
36         posy=l+posy;
37     end
38     i=i+1;
39     posx=l+posx; % aqui voy recorriendo cada fila
40     j=1; % aqui vuelvo a ubicarme arriba del todo en la columna
41     posy=l/2;
42 end
43

```

```

44 figure(1), histogram(I), xlim([0 4096]), ylim([0, 500])
45 imagen = mat2gray(I);
46 figure(2), imagesc(I), truesize, colormap gray
47 %Vamos a ver cuantos pixeles hay desde I_th = I_0/2,
48 I_th=I_0/2;
49 numPix=0;
50 for i=1:N
51     for j=1:N
52         if I(i,j)>=I_th
53             numPix=numPix+1;
54         end
55     end
56 end
57 format long
58 areaPix=pi*r_0prima^2/l^2
59 numPix
60 error_relativo=abs(areaPix-numPix)/areaPix
61 %Como comprobacion, queremos sumar ahora solo el area de los
62 %pixeles cuyo centro esta dentro del orificio
63 numPixCentro=0;
64 %Coordenadas del centro del pixel
65 posx=l/2;
66 posy=l/2;
67 i=1;
68 j=1;
69 while i<=N % fila
70     posx=l+posx; % aqui voy recorriendo cada fila
71     while j<=N % columna
72         posy=l+posy;
73         d=sqrt((posx-centrox)^2+(posy-centroy)^2);
74         if d<=r_0prima % centro del pixel dentro del orificio
75             numPixCentro=numPixCentro+1;
76         end
77         j=j+1;
78     end
79     i=i+1;
80     j=1; % aqui vuelvo a ubicarme arriba del todo en la columna
81     posy=l/2;
82 end
83 numPixCentro
84 % sale lo mismo que numPix
85
86 %Vamos a calcular la difraccion
87 AN=2.8; %apertura numerica intermedia
88 focal = 30; % f en mm
89 D=focal/AN; %mm
90 lambda=632.8e-6; % laser He-Ne, mm
91 ro_m=1.22*lambda/D*focal % primer minimo
92 l
93 if 2*ro_m>l

```

```

94         disp('El tamaño de la mancha de difracción (primer mínimo) es
           mayor que el del pixel')
95     end
96
97     %% Desenfocado: desplazo el objeto delta mm horizontalmente
98     % alejándose de la lente semiesférica (hacia la izda)
99     % Unidades en mm
100    clear;clc
101    r=5;
102    r_0=0.5;
103    fprima=30;
104    delta=0.1;
105    n_aire=1;
106    n_v=1.5167;
107    pos_imagen_virtual=r/(1-(n_v/n_aire)^2*(delta/(n_v/n_aire*delta+r))
        )
108    betaprima_delta=n_v/n_aire*(r/(r+delta*n_v/n_aire*(1-n_v/n_aire)))
109    beta_prima=n_v/n_aire;
110    error_beta_prima=abs(betaprima_delta-beta_prima)/beta_prima
111    error_rel=(r/(r+delta*n_v/n_aire*(1-n_v/n_aire)))-1
112    a0=-33;
113    a0prima=1/(1/fprima+1/a0)
114    a=a0-pos_imagen_virtual+r
115    aprima=1/(1/fprima+1/a)
116    betaprima_L=aprima/a
117    rprima_0=r_0*betaprima_delta
118    sigma=(a0prima-aprima)/aprima*rprima_0
119    l=5e-3; % lado pixel en mm
120    sigma_px=sigma/l
121
122    % Vamos a recorrer cada pixel y ver donde está en relación con
123    % el centro de la imagen, como se explica en el caso ideal
124    I_0=4000;
125    N = 2^12;
126    I = zeros(N);
127    i=1;
128    j=1;
129    n=n_v;
130    r_0Abbe=n*r_0; % radio disco en mm con aumento por inv de Abbe
131    aumento_lente=10; % porque el desenfoque lo tengo en cuenta al
        aplicar el filtro gaussiano
132    r_0prima=r_0Abbe*aumento_lente; % radio disco imagen
133    % Coordenadas del centro de la imagen:
134    centrox=N*l/2; %mm
135    centroy=N*l/2; %mm
136    % Coordenadas del centro del pixel:
137    posx=l/2;
138    posy=l/2;
139    semidiagonal=sqrt(l^2+l^2)/2; % distancia semidiagonal pixel
140    while i<=N % fila

```

```

141 while j<=N % columna
142     d=sqrt((posx-centrox)^2+(posy-centroy)^2);
143     if d>r_0prima+semidiagonal % pixel fuera del orificio
144         I(i,j)=0; % minima
145     elseif d<r_0prima-semidiagonal % pixel dentro del orificio
146         I(i,j)=I_0; % maxima
147     else % aqui hay que calcular la interseccion
148         I(i,j)=I_0-((d-(r_0prima-semidiagonal))/(2*
            semidiagonal)*I_0);
149     end
150     j=j+1;
151     posy=1+posy;
152 end
153 i=i+1;
154 posx=1+posx; % aqui voy recorriendo cada fila
155 j=1; % aqui vuelvo a ubicarme arriba del todo en la columna
156 posy=1/2;
157 end
158 figure(1), histogram(I), xlabel('Valores de intensidad'),
159 ylabel('Numero de pixeles'), xlim([0 4096]), ylim([0, 30000])
160 imagen = mat2gray(I);
161 figure(2), imagesc(I), truesize, colormap gray
162 % figure(3), imhist(imagen), ylim([0, 200])
163 % Vamos a ver cuantos pixeles hay desde I_th = I_0/2,
164 I_th=I_0/2;
165 numPix=0;
166 for i=1:N
167     for j=1:N
168         if I(i,j)>=I_th
169             numPix=numPix+1;
170         end
171     end
172 end
173 format long
174 areaPix=pi*r_0prima^2/l^2
175 numPix
176 error_relativo=abs(areaPix-numPix)/areaPix
177 % Como comprobacion, queremos sumar ahora solo el area de los
178 % pixeles cuyo centro esta dentro del orificio
179 numPixCentro=0;
180 % Coordenadas del centro del pixel:
181 posx=1/2;
182 posy=1/2;
183 i=1;
184 j=1;
185 while i<=N % fila
186     posx=1+posx; % aqui voy recorriendo cada fila
187     while j<=N % columna
188         posy=1+posy;
189         d=sqrt((posx-centrox)^2+(posy-centroy)^2);

```

```

190         if d<=r_0prima % centro del pixel dentro
191             numPixCentro=numPixCentro+1;
192         end
193         j=j+1;
194     end
195     i=i+1; % aqui voy recorriendo cada fila
196     j=1; % aqui vuelvo a ubicarme arriba del todo en la columna
197     posy=1/2;
198 end
199 numPixCentro
200 % Ahora aplicamos un filtro gaussiano para simular el desenfoque
201 desenfoque=imgaussfilt(I,sigma_px);
202 figure(3), imagesc(desenfoque), truesize, colormap gray
203 figure(4), histogram(desenfoque), xlabel('Valores de intensidad'),
204 ylabel('Numero de pixeles'), xlim([0 4096]), ylim([0, 30000])
205 numPixDesenfoque=0;
206 for i=1:N
207     for j=1:N
208         if desenfoque(i,j)>=I_th
209             numPixDesenfoque=numPixDesenfoque+1;
210         end
211     end
212 end
213 numPixDesenfoque
214 error_rel_desenfoque=abs(numPixDesenfoque-numPix)/numPix
215
216 %% Cromatica: para un vidrio SHOTT BK7
217 clear;clc
218 % Vamos a hacerlo primero para un vidrio crown (BK7): los datos se
219 % han extraido de la web https://refractiveindex.info/
220 % Primero leemos la tabla n frente a lambda
221 data=load('lambda-n-BK7Schott.txt');
222 lambda=data(:,1).*1e3; % en nm
223 n=data(:,2);
224 figure(1), plot(lambda, n, 'r'), xlabel('\lambda (nm)'), ylabel('n'),
225     xlim([400 700])
226 title('Vidrio crown BK7, N-BK7 (SCHOTT)')
227 % Mirando la grafica:
228 nd_589 = 1.51675; % error muestreo: 0.00002
229 nf_486 = 1.52241; % error muestreo: 0.00002
230 nc_656 = 1.51434; % error muestreo: 0.00002
231 error_n=0.00002; % debido a la discretizacion, calculado en la
232     seccion 4.6.1.
233 V = (nd_589-1)/(nf_486-nc_656)
234 error_V=V*sqrt((error_n/(nd_589-1))^2+(error_n^2+error_n^2)/(
235     nf_486-nc_656)^2)
236 error_rel_V=error_V/V*100 % en tanto %
237
238 %% Cromatica: para el etanol
239 clear;clc

```

```

237 % Los datos se han extraído de https://refractiveindex.info/
238 % Primero leemos la tabla n frente a lambda
239 data_eth=load('lambda-n-ethanol.txt');
240 lambda=data_eth(:,1).*1e3; % en nm
241 n=data_eth(:,2);
242 figure(1), plot(lambda, n, 'r'), xlabel('\lambda (nm)'), ylabel('n
    '), xlim([470 830])
243 title('Etanol')
244 % Mirando la grafica:
245 nd_589 = 1.36164; % error muestreo: 0.00002
246 nf_486 = 1.36597; % error muestreo: 0.00002
247 nc_656 = 1.35987; % error muestreo: 0.00002
248 error_n=0.00002; % debido a la discretizacion, calculado en la
    seccion 4.6.1.
249 V = (nd_589-1)/(nf_486-nc_656)
250 error_V=V*sqrt((error_n/(nd_589-1))^2+(error_n^2+error_n^2)/(
    nf_486-nc_656)^2)
251 error_rel_V=error_V/V*100 % en tanto %
252
253 %% Aberracion de distorsion (es una aberracion de campo).
254 % Distorsion del 1% en las esquinas de la imagen.
255 clear;clc
256 distorsion_coef=0.00005;
257 I_0=4000; % intensidad maxima (en unidades de brillo)
258 N = 2^12;
259 I = zeros(N); % esta es la matriz de la cuadrícula (N x N)
260 i=1;
261 j=1;
262 % Me voy a ubicar en el centro del pixel. El origen de coordenadas
263 % esta arriba a la izquierda de la cuadrícula. Trabajo en mm
264 n=1; % n = 1.333 para el agua, n = 1 para el aire, n (BK7)=1.5167
265 r0=0.5; % radio del pinhole en mm
266 l=5e-3; % lado pixel en mm
267 r_0Abbe=n*r0; % radio disco en mm con aumento por inv de Abbe
268 aumento_lente=10;
269 r_0prima=r_0Abbe*aumento_lente; % radio disco imagen
270 % Coordenadas del centro de la imagen:
271 centrox=N*l/2; % mm
272 centroy=N*l/2; % mm
273 % Coordenadas del centro del pixel: sin distorsion
274 goodx=zeros(N);
275 goody=zeros(N);
276 badx=zeros(N);
277 bady=zeros(N);
278 posx=l/2;
279 posy=l/2;
280
281 % Modelizamos una distorsion radial (modelo de division)
282 semidiagonal=sqrt(l^2+l^2)/2; % distancia semidiagonal pixel
283 while i<=N % fila

```

```

284 while j<=N % columna
285     goodx(i,j)=posx;
286     goody(i,j)=posy;
287     d=sqrt((posx-centrox)^2+(posy-centroy)^2);
288     actual_d=d*(1+distorsion_coef);
289     actual_posx=centrox+(1+distorsion_coef*actual_d^2)*(posx-
        centrox);
290     actual_posy=centroy+(1+distorsion_coef*actual_d^2)*(posy-
        centroy);
291     %Coordenadas del centro del pixel: con distorsion
292     badx(i,j)=actual_posx;
293     bady(i,j)=actual_posy;
294     if actual_d>r_0prima+semidiagonal
295         I(i,j)=0;
296     elseif actual_d<r_0prima-semidiagonal
297         I(i,j)=I_0;
298     else % aqui hay que calcular la interseccion
299         I(i,j)=I_0-((actual_d-(r_0prima-semidiagonal))/(2*
            semidiagonal)*I_0);
300     end
301     j=j+1;
302     posy=1+posy;
303 end
304 i=i+1;
305 posx=1+posx; % aqui voy recorriendo cada fila
306 j=1; % aqui vuelvo a ubicarme arriba del todo en la columna
307 posy=1/2;
308 end
309 figure(1), histogram(I), xlim([0 4096]), ylim([0, 200])
310 imagen = mat2gray(I);
311 figure(2), imagesc(I), truesize, colormap gray,
312 % figure(3), plot(badx, bady, 'r.', goodx, goody, 'b.'),
313 % xlabel('\it x \rm (mm)'), ylabel('\it y \rm (mm)'),
314 % ylim([-0.2, 1.4]), xlim([-0.2, 1.4]); %No pintar para
315 % mas de 8 bits.
316 % Vamos a ver cuantos pixeles hay desde I_th = I_0/2,
317 I_th=I_0/2;
318 numPix=0;
319 for i=1:N
320     for j=1:N
321         if I(i,j)>=I_th
322             numPix=numPix+1;
323         end
324     end
325 end
326 format long
327 areaPix=pi*r_0prima^2/1^2
328 numPix
329 error_relativo=abs(areaPix-numPix)/areaPix
330

```



```

331 % Calculo el % de distorsion en la esquina superior izquierda (en
      mm):
332 PD=sqrt((goodx(1,1)-centrox)^2+(goody(1,1)-centroy)^2) % predicted
      distance
333 AD=sqrt((badx(1,1)-centrox)^2+(bady(1,1)-centroy)^2) % actual
      distance
334 distortion_percentage=(AD-PD)/PD*100

```

### Archivos de texto citados en el código

A continuación se muestra por completitud el contenido de los documentos de texto `.txt` extraídos de las direcciones web [55] (vidrio crown BK7) y [57] (etanol), a los que hace referencia el código MATLAB en la simulación de la influencia de la aberración cromática (sección 4.6.3). La primera fila se corresponde con la longitud de onda en  $\mu\text{m}$ , mientras que la segunda con el índice asociado a dicha longitud de onda (se ha utilizado un formato en tres columnas para ahorrar espacio).

0.3	1.5527702635739	1.224	1.504623393661	2.148	1.4921963626087
0.322	1.5458699289209	1.246	1.5043560652815	2.17	1.491839749511
0.344	1.5404466868331	1.268	1.5040897301904	2.192	1.4914793955446
0.366	1.536090527917	1.29	1.5038240716592	2.214	1.4911152566309
0.388	1.53252773217	1.312	1.5035587983604	2.236	1.4907472892292
0.41	1.529568767224	1.334	1.5032936418104	2.258	1.4903754502768
0.432	1.5270784291406	1.356	1.5030283541053	2.28	1.4899996971337
0.454	1.5249578457324	1.378	1.502762705911	2.302	1.4896199875296
0.476	1.5231331738499	1.4	1.5024964846769	2.324	1.4892362795147
0.498	1.5215482528369	1.422	1.5022294930427	2.346	1.4888485314127
0.52	1.5201596882463	1.444	1.5019615474168	2.368	1.4884567017771
0.542	1.5189334783109	1.466	1.5016924767046	2.39	1.4880607493487
0.564	1.5178426478869	1.488	1.5014221211688	2.412	1.4876606330169
0.586	1.516865556749	1.51	1.5011503314064	2.434	1.4872563117813
0.608	1.5159846691816	1.532	1.5008769674285	2.456	1.4868477447166
0.63	1.5151856452759	1.554	1.5006018978322	2.478	1.4864348909385
0.652	1.5144566604975	1.576	1.5003249990526	2.5	1.486017709571
0.674	1.513787889767	1.598	1.5000461546874		
0.696	1.5131711117948	1.62	1.4997652548858		
0.718	1.5125994024544	1.642	1.4994821957943		
0.74	1.5120668948646	1.664	1.4991968790539		
0.762	1.5115685899969	1.686	1.4989092113428		
0.784	1.5111002059336	1.708	1.4986191039608		
0.806	1.5106580569705	1.73	1.4983264724496		
0.828	1.5102389559626	1.752	1.4980312362468		
0.85	1.5098401349174	1.774	1.49773331837		
0.872	1.5094591800239	1.796	1.4974326451267		
0.894	1.5090939781792	1.818	1.4971291458495		
0.916	1.5087426727363	1.84	1.4968227526526		
0.938	1.5084036266923	1.862	1.4965134002084		
0.96	1.5080753919142	1.884	1.4962010255422		
0.982	1.5077566832938	1.906	1.4958855678422		
1.004	1.5074463569456	1.928	1.495566968286		
1.026	1.5071433917383	1.95	1.4952451698788		
1.048	1.5068468735887	1.972	1.4949201173049		
1.07	1.5065559820529	1.994	1.4945917567902		
1.092	1.5062699788386	2.016	1.4942600359742		
1.114	1.5059881979287	2.038	1.4939249037922		
1.136	1.5057100370628	2.06	1.4935863103651		
1.158	1.5054349503657	2.082	1.4932442068978		
1.18	1.5051624419507	2.104	1.4928985455839		
1.202	1.5048920603512	2.126	1.492549279517		

Archivo de texto 1: lambda-n-BK7Schott.txt.

0.4765	1.3665150264496	0.6002	1.3612984515631	0.724	1.3585605245633
0.48	1.3663080102238	0.6038	1.3611938202443	0.7275	1.3585030983399
0.4836	1.3660999164641	0.6073	1.3610939147537	0.731	1.3584465081306
0.4871	1.3659021642318	0.6108	1.3609957605067	0.7346	1.3583891561766
0.4906	1.3657087744377	0.6144	1.3608965858101	0.7381	1.35833421251
0.4942	1.3655142753768	0.6179	1.3608018597389	0.7416	1.3582800569669
0.4977	1.3653293461283	0.6214	1.3607087646951	0.7452	1.3582251604927
0.5012	1.3651484051763	0.625	1.360614672	0.7487	1.3581725578502
0.5048	1.3649663346558	0.6285	1.360524771836	0.7522	1.3581206988318
0.5083	1.3647931365069	0.632	1.360436392665	0.7558	1.3580681191843
0.5119	1.3646188005137	0.6356	1.3603470390841	0.7593	1.3580177260078
0.5154	1.3644529069085	0.6391	1.3602616410875	0.7628	1.3579680350623
0.5189	1.364290462365	0.6426	1.3601776632101	0.7664	1.357917643268
0.5225	1.3641268742331	0.6462	1.3600927344065	0.7699	1.3578693371401
0.526	1.3639711363401	0.6497	1.3600115416403	0.7734	1.3578216946992
0.5295	1.363818568151	0.6533	1.3599294137295	0.777	1.3577733706618
0.5331	1.3636648572099	0.6568	1.3598508837484	0.7805	1.3577270375521
0.5366	1.3635184580236	0.6603	1.3597736234504	0.784	1.3576813322015
0.5401	1.3633749770414	0.6639	1.3596954515429	0.7876	1.3576349639771
0.5437	1.3632303594625	0.6674	1.3596206836784	0.7911	1.3575904975602
0.5472	1.3630925629103	0.6709	1.359547104929	0.7947	1.3575453805147
0.5507	1.3629574576386	0.6745	1.3594726379712	0.7982	1.3575021085199
0.5543	1.3628212262017	0.678	1.3594013947605	0.8017	1.357459409557
0.5578	1.362691367671	0.6815	1.3593312664102	0.8053	1.3574160778082
0.5613	1.3625639952353	0.6851	1.3592602730231	0.8088	1.3573745104781
0.5649	1.36243551048	0.6886	1.3591923355138	0.8123	1.3573334862566
0.5684	1.3623129886188	0.6921	1.3591254443373	0.8159	1.3572918465713
0.5719	1.3621927669432	0.6957	1.3590577109889	0.8194	1.3572518952767
0.5755	1.3620714494942	0.6992	1.3589928770286	0.8229	1.3572124591005
0.579	1.3619557190916	0.7027	1.3589290260765	0.8265	1.3571724242692
0.5826	1.36183890521	0.7063	1.35886435545	0.83	1.3571340060819
0.5861	1.3617274439911	0.7098	1.358802438158		
0.5896	1.3616180097793	0.7133	1.3587414452845		
0.5932	1.3615075118776	0.7169	1.3586796548183		
0.5967	1.3614020403209	0.7204	1.3586204812176		

Archivo de texto 2: lambda-n-ethanol.txt.

## D. Patente

La patente “REFRACTÓMETRO Y MÉTODO DE MEDIDA DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE UNA SUBSTANCIA” ha sido solicitada a la Oficina Española de Patentes y Marcas a través de la Oficina de Valoración de la UC, con fecha de presentación 18/06/2020 y número de solicitud asignado P202030593. En la Fig. D.1 se muestra el resguardo de la solicitud.



### Justificante de presentación electrónica de solicitud de patente

Este documento es un justificante de que se ha recibido una solicitud española de patente por vía electrónica utilizando la conexión segura de la O.E.P.M. De acuerdo con lo dispuesto en el art.14.3 del Reglamento para la ejecución de la Ley 11/1986, de 20 de marzo, de Patentes, se han asignado a su solicitud un número de expediente y una fecha de recepción de forma automática. La fecha de presentación de la solicitud a la que se refiere el art. 22 de la Ley le será comunicada posteriormente.

Número de solicitud:	P202030593
Fecha de recepción:	18 junio 2020, 11:35 (CEST)
Oficina receptora:	OEPM Madrid
Su referencia:	20200618
Solicitante:	Universidad de Cantabria
Número de solicitantes:	1
País:	ES
Título:	REFRACTÓMETRO Y MÉTODO DE MEDIDA DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE UNA SUBSTANCIA

Figura D.1: Resguardo de presentación de solicitud de patente.